∾ Corrigé du brevet des collèges Polynésie ∾ septembre 2014

Durée : 2 heures

Exercice 1 **3 points**

Calcul n° 1 : $\dfrac{5}{6}-\dfrac{3}{4}=\dfrac{10}{12}-\dfrac{9}{12}=\dfrac{10-9}{12}=\dfrac{1}{12}$.

Calcul n° 2 : $\sqrt{18}=\sqrt{9\times 2}=\sqrt{9}\times\sqrt{2}=3\sqrt{2}$.

Calcul n° 3 : $8\times 10^{15}+2\times 10^{15}=10^{15}(8+2)=10^{15}\times 10^{1}=10^{16}=1\times 10^{16}$

Exercice 2 **4 points**

1. Le format est égal à $\dfrac{80}{45}=\dfrac{5\times 16}{5\times 9}=\dfrac{16}{9}$.
2. La diagonale de longueur d vérifie :
   $d^2=30,5^2+22,9^2=930,25+524,41=1\,456,66$, soit $d=\sqrt{1\,456,66}\approx 38,14$ (cm), soit en pouces $d\approx\dfrac{38,14}{2,54}\approx 15,02$.
   La mention « 15 pouces » est bien adaptée à cet écran.
3. Si la largeur est l, on a $\dfrac{14,3}{l}=\dfrac{4}{3}$, soit $l=\dfrac{3\times 14,3}{4}=10,725$, soit environ 10,7 cm au millimètre près.
   Remarque On pouvait également traduire la longueur de la diagonale en cm et utiliser le théorème de Pythagore pour trouver la largeur. Avec cette méthode on trouve $l\approx 10,56$ soit environ 10,6 cm !

Exercice 3 **3 points**

1. La fréquence d'apparition des couleurs rouge, bleue et verte sont respectivement : $\dfrac{18}{40}=\dfrac{9}{20}$, $\dfrac{8}{20}=\dfrac{4}{10}$ et $\dfrac{14}{40}=\dfrac{7}{20}$; ces fréquences ne permettent pas de conclure au nombre de billes de chaque couleur.
2. La probabilité de faire apparaître une bille rouge est égale à :
   $1-\dfrac{3}{8}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{8}{8}-\dfrac{3}{8}-\dfrac{4}{8}=\dfrac{1}{8}$.
   Comme il y a 24 billes le nombre de rouges est $24\times\dfrac{1}{8}=3$.

Exercice 4 **4 points**

1. $AB^2=15^2=225$; $AT^2+BT^2=12^2+9^2=144+81=225$.
   On a $225=144+81$, soit $AB^2=AT^2+BT^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore : le triangle ABT est rectangle en T, d'hypoténuse [AB].
2. Dans le triangle ABT est rectangle en T, on a par exemple $\cos\widehat{BAT}=\dfrac{AT}{AB}=\dfrac{12}{15}=\dfrac{4}{5}=\dfrac{8}{10}=0,8$. La calculatrice donne $\widehat{BAT}\approx 36,86$ soit 37°au degré près.
3. On a $\dfrac{AT}{TF}=\dfrac{12}{4}=3$ et $\dfrac{BT}{TK}=\dfrac{9}{3}=3$.
   On a donc $\dfrac{AT}{TF}=\dfrac{BT}{TK}$, donc d'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (AB) et (FK) sont parallèles.

4. L'aire du triangle BAT est égale à $\dfrac{\text{AT} \times \text{BT}}{2} = \dfrac{12 \times 9}{2} = 6 \times 9 = 54 \text{ cm}^2$.

Les dimensions de TKF sont 3 fois plus petites que celles du triangle BAT, donc son aire est 3^2 fois plus petite.

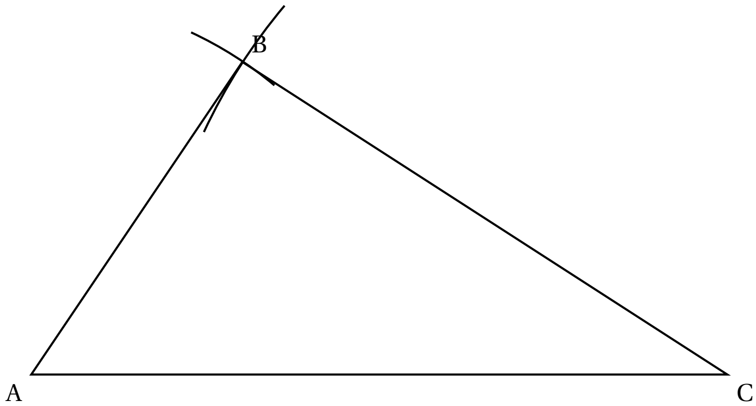
L'aire du triangle TKF est donc égale à $\dfrac{57}{3^2} = \dfrac{54}{9} = 6 \text{ cm}^2$.

Exercice 5 **4 points**

1. **a.** La flèche est tirée à la hauteur 1 m.
   b. La flèche retombe à 10 m de Julien.
   c. La flèche monte au plus haut à 3 m. (approximativement)
2. **a.** $f(5) = -0,1 \times 5^2 + 0,9 \times 5 + 1 = -2,5 + 4,5 + 1 = 3$.
   b. Quand la flèche est à 5 m de Julien il ne semble pas que la hauteur soit maximale car elle est déjà retombée. Donc la flèche doit s'élever à plus de 3 m.
   Remarque : En fait $f(0,45) = -0,1 \times 4,5^2 + 0,9 \times 0,45 + 1 = 3,025$ (m) semble être la hauteur maximale.

Exercice 6 **6 points**

1.



2. Il suffit de vérifier si $\text{AC}^2 = \text{AB}^2 + \text{BC}^2$.

Or $\text{AC}^2 = 9,2^2 = ...4$ et $\text{AB}^2 + \text{BC}^2 = 5^2 + 7,6^2 = ...6$.

L'égalité ci-dessus ne peut être vraie : le triangle ABC n'est pas rectangle.

3.

a. La distance BP est la plus petite quand P est le pied de la hauteur issue de B.

On peut construire ce point comme intersection du cercle de diamètre [BC] (ou [AB]) avec le côté [AC].

b. Périmètre de ABP : $5 + 5 + \text{BP} = 10 + \text{BP}$;

Périmètre de BPC : $7,6 + (9,2 - 5) + \text{BP} = 11,8 + \text{BP}$: c'est BPC qui a le plus grand périmètre.

c. Soit $x = \text{AP}$. On a :

Périmètre de ABP : $5 + x + \text{BP}$;

Périmètre de BPC : $7,6 + (9,2 - x) + \text{BP} = 16,8 - x + \text{BP}$.

On doit donc avoir :

$5 + x + \text{BP} = 16,8 - x + \text{BP}$ soit $5 + x = 16,8 - x$ ou encore $2x = 11,8$ d'où $x = 5,9$.

Exercice 7 **5 points**

1. **a.** $10 \to 10 - 0,5 = 9,5 \to 9,5 \times 20 = 190$.

   b. $10 \to 10^2 = 100 \to 2 \times 100 = 200 \to 200 - 10 = 190$

2. **a.** $=\text{A2}^2 * 2-\text{A2}$

   b. Il semble que les deux programmes conduisent au même résultat.

   c. Programme A : $x \to x - 0,5 \to (x - 0,5) \times 2x = 2x(x - 0,5) = 2x^2 - x$.
   Programme B : $x \to x^2 \to 2 \times x^2 \to 2x^2 - x$.
   Les deux programmes donnent le même résultat : le double du carré du nombre initial auquel on retranche le nombre initial.

3. Il faut trouver x tel que $2x^2 - x = 0$ soit $x(2x - 1) = 0$ d'où deux possibilités :
   $x = 0$ ou $2x - 1 = 0$ soit $2x = 1$ et enfin $x = 0,5$.

Exercice 8 **6 points**

Dépenses de 2013 : $4 \times 250 + 450 + 4 \times 550 + 300 + 2 \times 150 = 1\,000 + 450 + 2\,200 + 300 + 300 = 4\,250$ €.
Avec une augmentation moyenne de 6 % en 2014, les dépenses s'élèveront en 2014 à :
$4\,250 \times 1,06 = 4\,505$ €.
Soit x le prix de la location semaine en juillet-août.
Le couple recevra :
$(4 + 5) \times 750 + 7x = 6\,750 + 7x$
Les frais seront couverts si :
$6\,750 + 7x \geqslant 4\,505 + 12 \times 700$ soit $6\,750 + 7x \geqslant 12\,905$ ou encore $7x \geqslant 6\,155$ soit enfin $x \geqslant \dfrac{6\,155}{7}$.
Or $\dfrac{6\,155}{7} \approx 879,28$.
Le couple doit louer en juillet-août au tarif minimal de 880 €.