EVALUATION COMMUNE DE MATHEMATIQUES DES CLASSES DE SECONDE : Corrigé

Exercice 1 : Fonctions

Partie A : **5 points**

1)

- $f(-2) = -1$. **0,25**
- l'image de 1 par f est 2. **0,25**
- les antécédents de 2 par f sont -1 et 1. **0,5**
- l'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = -1$ est {-2 ; 2}. **0,5**
- l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leq 2$ est $]-\infty ; -1] \cup [1 ; +\infty[$. **0,5**
- l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$ est]1 ; 2[. **0,5**
- l'équation de la droite représentant g est : $y = -x + 1$. **0,5**

2) a) **0,5**

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g(x)$		$+$	0	$-$	

b) **0,75**

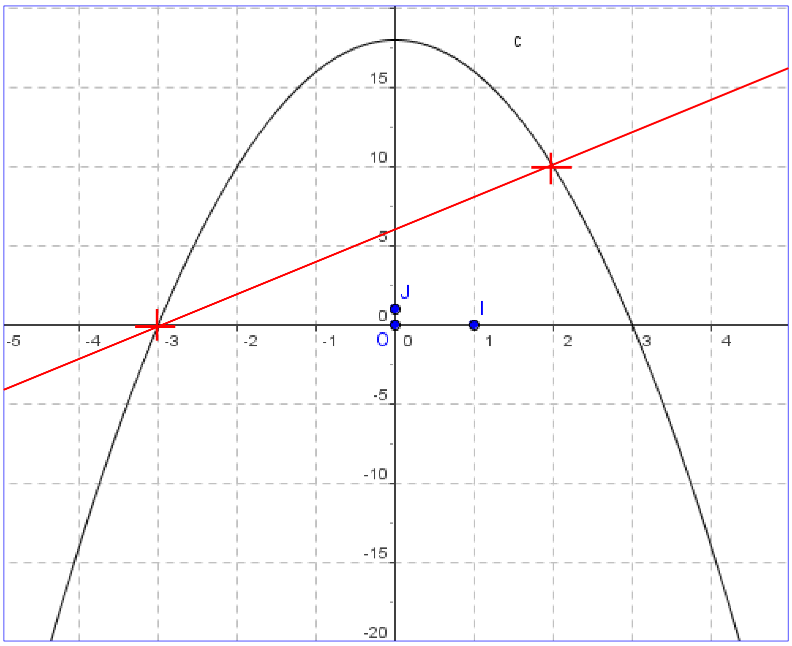
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	3	$\searrow$

c) • Si $k > 3$, l'équation $f(x) = k$ n'admet aucune solution. **0,75**
• Si $k = 3$, l'équation $f(x) = k$ admet une solution.
• Si $k < 3$, l'équation $f(x) = k$ admet deux solutions.

Partie B : **5 points**

1) $f(x) = 0 \Leftrightarrow 18 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow 9 - x^2 = 0 \Leftrightarrow (3 - x)(3 + x) = 0$. Conclusion : S = {-3; 3}. **0,5**
Interprétation: C coupe (Ox) aux points d'abscisses -3 et 3. **0,25**

2) $y = 2x + 6$ **0,5**



3) a) $g(x) - f(x) = 2x + 6 - (18 - 2x^2) = 2x + 6 - 18 + 2x^2 = 2x^2 + 2x - 12$. **0,5**
b) En développant, $(2x + 6)(x - 2) = 2x^2 - 4x + 6x - 12 = 2x^2 + 2x - 12$. **0,5**
c) $g(x) - f(x) = 0 \Leftrightarrow (2x + 6)(x - 2) = 0 \Leftrightarrow 2x + 6 = 0$ ou $x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -3$ ou $x = 2$. **0,75**
Interprétation: C et D se coupent aux points d'abscisses -3 et 2. **0,25**

4) a)

x	$-\infty$	-3		2	$+\infty$
$2x+6$	$-$	0	$+$	|	$+$
$x-2$	$-$	|	$-$	0	$+$
Signe de $(2x+6)(x-2)$	$+$	0	$-$	0	$+$

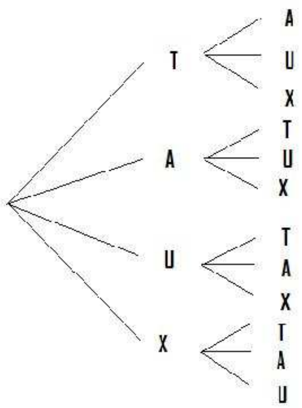
1

b) $g(x) \leq f(x) \Leftrightarrow g(x) - f(x) \leq 0$ l'ensemble des solutions est donc $S = [-3; 2]$. **0,5**

Interprétation: D est en dessous de C lorsque $-3 \leq x \leq 2$. **0,25**

<u>Exercice 2</u> : Probabilités **4 points**

1)



1

On peut donc former 12 mots. **0,25**

2) a) E = {TA ; TU ; TX} et F = {TX ; XT}. **0,5**

b) $p(E) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ et $p(F) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$. **0,5**

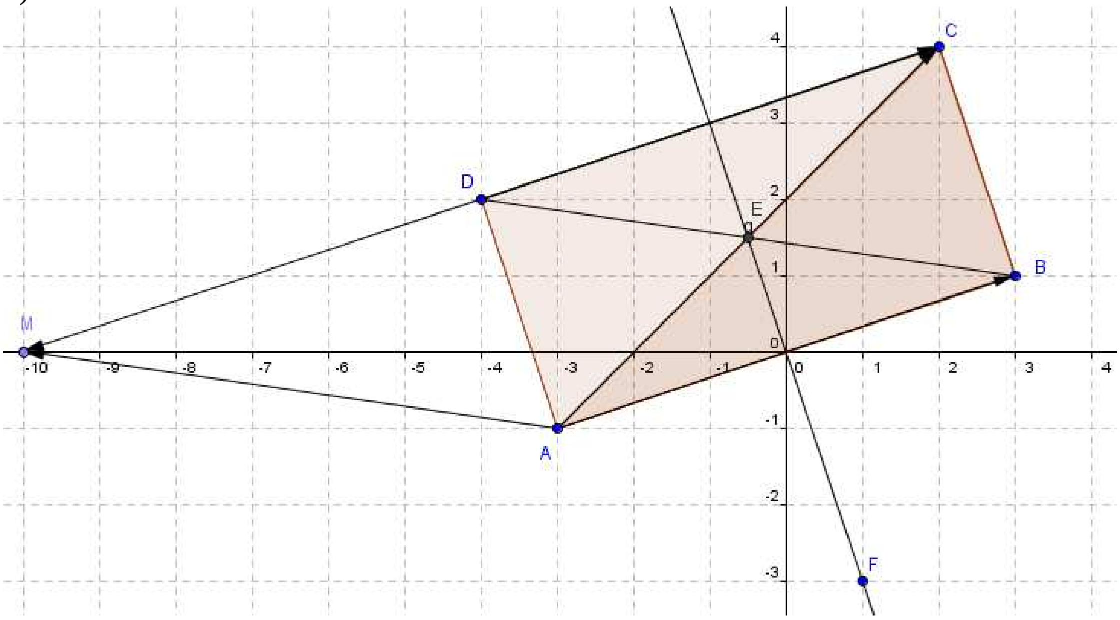
3) a) $E \cap F = \{TX\}$ et $E \cup F = \{ TA ; TU ; TX ; XT\}$. **0,5**

b) $p(E \cap F) = \frac{1}{12}$ et $p(E \cup F) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$. **0,5**

4) $p(E \cup F) = p(E) + p(F) - p(E \cap F)$. Ici, en effet: $\frac{4}{12} = \frac{3}{12} + \frac{2}{12} - \frac{1}{12}$. **0,75**

<u>Exercice 3</u> : Géométrie — **6 points**

1) **0,75**



2) $\overrightarrow{AB}(3+3\,;1+1)$ donc $\overrightarrow{AB}(6\,;2)$ **0,5**

$\overrightarrow{DC}(2+4\,;4-2)$ donc $\overrightarrow{DC}(6\,;2)$ **0,5**

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$ donc ABCD est un parallélogramme. **0,5**

3) $AB^2 = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$ **0,75**
$AC^2 = (2 + 3)^2 + (4 + 1)^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50$
$BC^2 = (2 - 3)^2 + (4 - 1)^2 = (-1)^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$
On constate que $AC^2 = AB^2 + BC^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B. **0,5**
Le parallélogramme ABCD a un angle droit, c'est donc un rectangle. **0,5**

4) E est le milieu de la diagonale [AC] donc $E\left(\dfrac{-3+2}{2};\dfrac{-1+4}{2}\right)$ soit $E\left(\dfrac{-1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$. **0,5**

$\dfrac{y_E-y_O}{x_E-x_O}=-3$ et $\dfrac{y_F-y_O}{x_F-x_O}=-3$ donc $\dfrac{y_E-y_O}{x_E-x_O}=\dfrac{y_F-y_O}{x_F-x_O}$ donc O, E et F sont alignés. **0,5**

5) $\overrightarrow{AM}\,(x+3\ ;\ y+1)$ et $\overrightarrow{AC}(2+3\,;4+1)$ donc $\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{AB}(5-12\,;5-4)$ **1**

Alors : $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AC}-2\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3=-7 \\ y+1=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-10 \\ y=0 \end{cases}$

Conclusion : M (-10 ; 0)