Éléments de correction Devoir bilan de seconde du 16 mars 2016

Exercice 1 : (Probabilités)

1

	A	$\overline{A}$	Total
E	14	4	18
$\overline{E}$	16	1	17
Total	30	5	35

2

. a) $A \cap E$ est l'événement « l'élève interrogé étudie l'anglais et l'espagnol «

$\overline{A}$ est l'événement « l'élève interrogé n'étudie pas l'anglais «

$A \cap \overline{E}$ est l'événement « l'élève interrogé étudie l'anglais mais pas l'espagnol «

$A \cup E$ est l'événement « l'élève interrogé étudie l'anglais ou l'espagnol «

b)

$$P(A \cap E) = \frac{14}{35} = \frac{2}{5}$$

$$P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{30}{35} = 1 - \frac{6}{7} = \frac{1}{7}$$

$$P(A \cap \overline{E}) = \frac{16}{35}$$

$$P(A \cup E) = P(A) + P(E) - P(A \cap E) = \frac{30}{35} + \frac{18}{35} - \frac{14}{35} = \frac{34}{35}$$

Exercice 2 : (Algorithme)

On lance une fléchette sur une cible électronique qui détecte les coordonnées $(x\,;y)$ du point d'impact F .

1) a) $x=4$ et $y=3$:

d prend la valeur $\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$

Comme $d<10$, **l'algorithme affiche « *Trop fort, tu es dans la cible !* ».**

b) $x=10$ et $y=0$:

d prend la valeur $\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{10^2+0^2}=\sqrt{100}=10$

Comme $d=10$, **l'algorithme affiche « *Oups, c'était limite !* ».**

c) $x=9$ et $y=6$:

d prend la valeur $\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{9^2+6^2}=\sqrt{81+36}=\sqrt{117}$

Or $\sqrt{(117)}>10$ donc $d>10$, **l'algorithme affiche « *Désolé, mais c'est raté !* ».**

2) $d=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{(x_F-x_O)^2+(y_F-y_O)^2}$ dans le repère $(O\,;I\,,J)$ qui est orthonormé. On reconnaît la formule de la distance entre deux points dans un repère orthonormé : $d = OF$.

La variable d désigne la distance entre les points O et F .

3) Le tir est réussi si et seulement si $d \leq 10$ ce qui équivaut (d'après la question 2) à $OF \leq 10$.

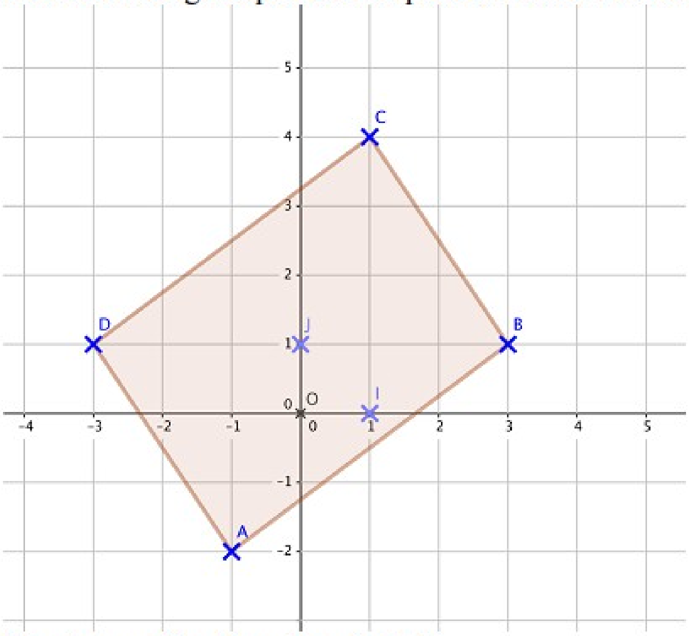
Le tir est réussi si et seulement si le point d'impact de la fléchette est situé à une distance inférieure ou égale à 10cm du centre de la cible.

La cible est donc un disque : le disque de centre O et de rayon 10 cm.

Exercice 3 (Repérage, Distance, Milieu)

Dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 1 cm, on considère les points A(- 1; - 2), B(3 ; 1) et C(1 ; 4).

1) Réaliser une figure qui sera complétée au fur et à mesure de l'exercice.



2) Montrer que J est le milieu de [AC].

Soit M(x_M; y_M) le milieu de [AC]. On a donc : $\begin{cases} x_M = \frac{-1+1}{2} = 0 \\ y_M = \frac{-2+4}{2} = 1 \end{cases}$. Or J(0 ;1) donc M et J sont confondus.

Donc J est le milieu de [AC].

3) Calculer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

ABCD est un parallélogramme si, et seulement si, les diagonales [AC] et [BD] se coupent en leur milieu. Or J est le milieu de [AC]. Donc J est le milieu de [BD]. Donc :

$\begin{cases} 0 = \frac{3+x}{2} \\ 1 = \frac{1+y}{2} \end{cases}$ soit $\begin{cases} 3 + x = 0 \\ 1 + y = 2 \end{cases}$ et donc ABCD est un parallélogramme lorsque D(- 3 ; 1).

4) Le parallélogramme ABCD est-il un rectangle ?

Un rectangle est un parallélogramme qui a ses diagonales de même longueur.

Or $AC = \sqrt{(1+1)^2 + (4+2)\text{^}2}$

$AC = \sqrt{40}$

et $BD = \sqrt{(3+3)^2 + (1-1)^2}$

$BD = 6$

$AC \neq BD$ donc le parallélogramme ABCD n'est pas un rectangle.

Exercice 4 (Statistiques)

1) Il y a 47 matchs pour lesquels le joueur a mis au moins 7 paniers : 10+6+5+7+13+5+1=47

Sachant qu'il y a 74 matchs au total, le pourcentage de matchs pour lesquels le joueur a mis au moins 7 paniers est de $\boxed{\textbf{63,5\%}}$ environ car : $\frac{47}{74}\times 100 \approx 63,5$.

De même, il y a 18 matchs pour lesquels le joueur a mis moins de 5 paniers : 2+1+5+10+0=18

Sachant qu'il y a 74 matchs au total, le pourcentage de matchs pour lesquels le joueur a mis moins de 5 paniers est de $\boxed{\textbf{24,3 \%}}$ environ car : $\frac{18}{74}\times 100 \approx 24,3$.

2)

Nombre de paniers	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Nombre de matchs	2	1	5	10	0	2	7	10	6	5	7	13	5	1
Effectifs cumulés	2	3	8	18	18	20	27	37	43	48	55	68	73	74

Nombre moyen de paniers :

$$\frac{2\times0 + 1\times1 + 2\times5 + 10\times3 + 0\times4 + 2\times5 + 7\times6 + 10\times7 + 6\times8 + 5\times9 + 7\times10 + 13\times11 + 5\times12 + 1\times13}{74} \approx \mathbf{7,3}.$$

Le nombre moyen de paniers mis par match par le joueur est donc de 7,3 environ….(il est FORT !!!)

$\frac{74}{2} = 37$ (37 nombre impair) donc le nombre médian est la moyenne entre la 37$^{\text{ème}}$ valeur et la 38$^{\text{ème}}$

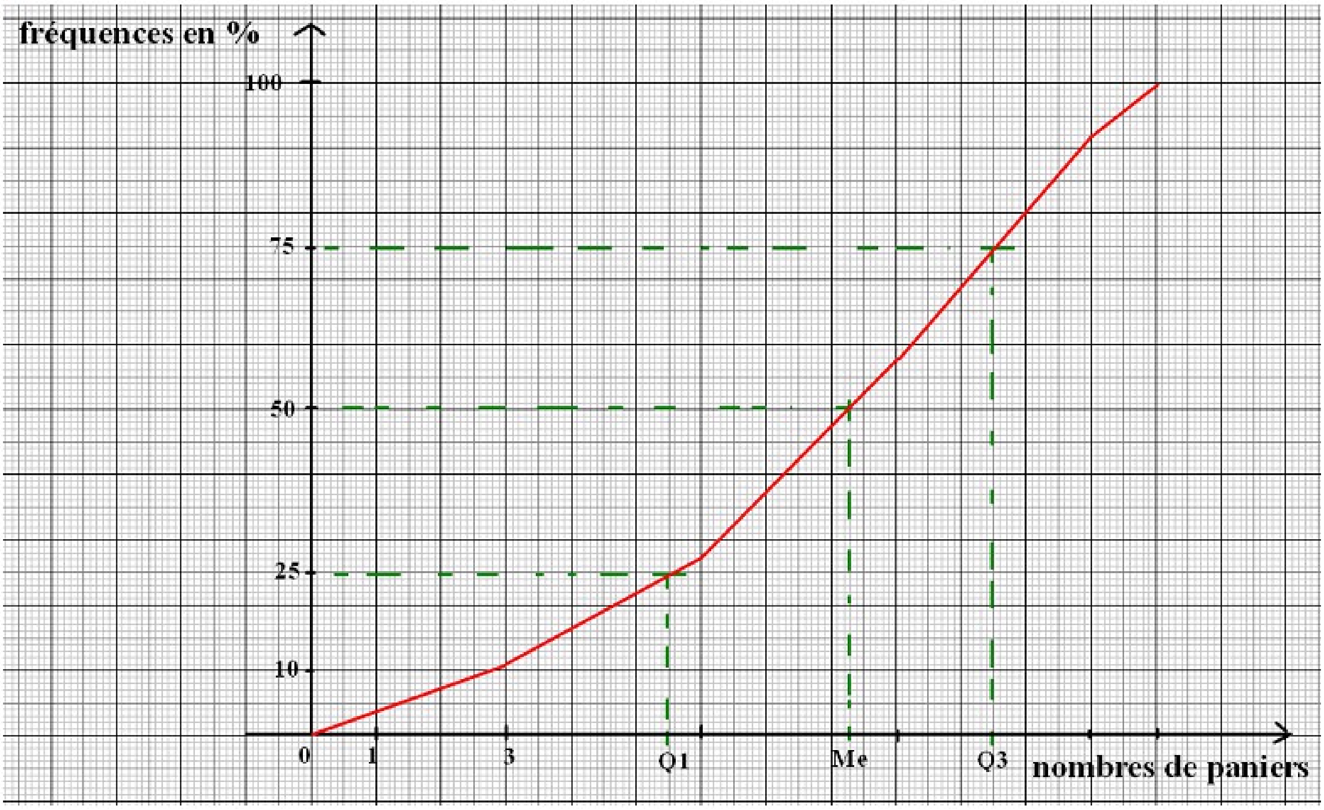
soit $\frac{7+8}{2}=\mathbf{7,5}$. D'où $\boxed{\textbf{Me=7,5}}$

$\frac{74}{4} = 18,5$ donc le premier quartile est le 19$^{\text{ème}}$ valeur soit **5** et $3\times\frac{74}{4} = 55,5$ donc le troisième quartile est le 56$^{\text{ème}}$ valeur soit **11**. D'où $\boxed{\textbf{Q1=5}}$ et $\boxed{\textbf{Q3= 11}}$

3) a)

Nombre de paniers	[0 ; 3[	[3 ; 6[	[6 ; 9[	[9 ; 12[	[12 ; 13]
Nombre de matchs	8	12	23	25	6
Fréquences (en %)	10.8	16.2	31.1	33.8	8.1
Fréquence cumulée croissante (en %)	10,8	27	58,1	91,9	100

b)



c) Par lecture graphique, on obtient : $\boxed{\textbf{Q1} \approx \textbf{5,5} \quad \textbf{Me} \approx \textbf{8,3} \quad \textbf{Q3} \approx \textbf{10,5}}$

d) On dresse un tableau d'effectifs avec les centres des classes pour pouvoir calculer le nombre moyen de paniers .

Nombre de paniers	[0 ; 3[	[3 ; 6[	[6 ; 9[	[9 ; 12[	[12 ; 13]
Nombre de matchs	8	12	23	25	6
centre des classes	1.5	4.5	7.5	10.5	12.5

Nombre moyen de paniers calculé par Cynthia :

$$\frac{8\times 1,5+12\times 4,5+23\times 7,5+25\times 10,5+6\times 12,5}{74}=\frac{576}{74}\approx 7,8$$

D'où le nombre moyen de paniers calculé par Cynthia est d'environ 7,8 paniers par match.

4) Ce sont les caractéristiques de Christelle qui représentent le mieux la réalité car le fait de regrouper les valeurs par classe « rend les données moins précises » .

Exercice 5 : (Fonctions)

1. La fonction f est strictement croissante sur $[0;3]$ puis strictement décroissante sur $[3;6]$.
2. Tableau de variations de f sur $[0;6]$

x	0		3		6
Variations de f	-8	$\nearrow$	1	$\searrow$	-8

3. Le maximum de f sur $[0;6]$ est égal à 1 et il est atteint en $x=3$.
4. a et b appartiennent à l'intervalle $[3;6]$, sur lequel la fonction f est strictement décroissante.
   L'ordre entre deux réels a et b et leurs images respectives $f(a)$ et $f(b)$ n'est donc pas conservé.
   Comme $a<b$, on en déduit que $f(a)>f(b)$.
5. a) La droite (AB) est la représentation graphique d'une fonction affine g définie par $g(x)=mx+p$.
   Le point de coordonnées $(0;4)$ appartient à (AB) donc $p=4$.
   On calcule le coefficient directeur de la droite (AB) par :
   $$m=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{-8-0}{6-2}=-2$$
   La fonction g a pour expression $g(x)=-2x+4$

   b) Les solutions de l'inéquation $f(x)\geq g(x)$ sont les abscisses des points de C_f situés au-dessus (et sur) de la droite (AB) .
   On obtient donc : $S=[2;6]$
6. a) Pour tout $x\in[0;6]$, $(x-4)(2-x)=2x-x^2-8+4x=-x^2+6\text{x}-8=f(x)$.

   b) Pour tout $x\in[0;6]$,
   $-(x-3)^2+1=-(x^2-6x+9)+1=-x^2+6x-9+1=-x^2+6\text{x}-8=f(x)$.
7. a) La formule la plus adaptee pour calculer l'image de $\sqrt{2}$ par f est la forme développée $f(x)=-x^2+6\text{x}-8$.
   On a donc $f(\sqrt{2})=-(\sqrt{2})^2+6\sqrt{2}-8=-10+6\sqrt{2}.$

   b) La forme la plus adaptée pour résoudre l'équation $f(x)=0$ sur $[0;6]$ est la forme factorisée $f(x)=(x-4)(2-x)$.
   On résout donc $(x-4)(2-x)=0$ $\Leftrightarrow$ $x-4=0$ ou $2-x=0$ $\Leftrightarrow$ $x=4$ ou $x=2$.
   On obtient donc $S=\{2;4\}$.

   c) Déterminer les antécédents éventuels de -8 par f revient à résoudre sur $[0;6]$ l'équation $f(x)=-8$
   La forme la plus adaptée pour résoudre $f(x)=-8$ est la forme développée $f(x)=-x^2+6\text{x}-8$.
   On résout $-x^2+6\text{x}-8=-8\Leftrightarrow -x^2+6\text{x}=0\Leftrightarrow x(-x+6)=0$ $\Leftrightarrow$ $x=0$ ou $-x+6=0$ $\Leftrightarrow$ $x=0$ ou $x=6$.
   On obtient donc $S=\{0;6\}$. Les antécédents de -8 par f sont 0 et 6.

   d) On a conjecturé en 3) que la fonction f admettait un maximum de 1 atteint en $x=3$. Démontrons-le algébriquement.
   Pour tout $x\in[0;6]$, $(x-3)^2\geq 0\Leftrightarrow -(x-3)^2\leq 0\Leftrightarrow -(x-3)^2+1\geq 1\Leftrightarrow f(x)\geq 1$
   De plus, $f(3)=-(3-3)^2+1=1$.
   On peut conclure que 1 est bien le maximum de la fonction f et qu'il est atteint en $x=3$.