Ex 1 :
1°) Dire que f est décroissante sur un intervalle I
signifie que
pour tous nombres réels a et b de I, si $a<b$ alors $f(a)\geq f(b)$

Remarque : On dit que la fonction ne conserve pas l'ordre.

2°) Montrons que la fonction f définie par $f(x) = x^2$ est décroissante sur $]-\infty; 0]$.

Soient $a<b\leq 0$
Comparons $f(a)$ et $f(b)$ en étudiant le signe de leur différence :
$f(a)-f(b)=a^2-b^2=(a-b)(a+b)$
Or, $a<b$ donc $a-b<0$
a et b sont négatifs donc $a+b$ est négatif.
Le produit de deux négatifs étant positif, on en déduit que $f(a)-f(b)>0$
D'où : $f(a)>f(b)$
L'ordre a été inversé , la fonction est bien décroissante sur $]-\infty; 0]$.

Ex 2 :
1°) $\overrightarrow{\mathbf{AB}}=\overrightarrow{\mathbf{DC}}$ donc ABCD est un parallélogramme (c'est à dire BCDA)
et donc $\overrightarrow{\mathbf{AD}}=\overrightarrow{\mathbf{BC}}$
VRAI

2°) On prend x = 0, 0 > - 1 mais $0^2 = 0$ et 0 < 1 donc FAUX

3°) FAUX
Il peut exister une fonction f avec le tableau de variation suivant :

x	0	1	2
Variation de f	0 ↗	3	↘ 2

Ex 3 :
1°) ABCD est un parallélogramme donc $\overrightarrow{\mathbf{AB}}=\overrightarrow{\mathbf{DC}}$
Or, $\vec{AB}(1{,}5;8)$ et $\vec{DC}(-2-x;-1-y)$ avec D (x ; y)
D'où : $-2-x=1{,}5$ et $-1-y=8$
Ce qui donne : $x=-3{,}5$ et $y=-9$
D (- 3,5 ; - 9)

2°) A milieu de [CE] donc $x_A=\dfrac{x_C+x_E}{2}$ *et* $y_A=\dfrac{y_C+y_E}{2}$

C'est à dire : $2=\dfrac{-2+x_E}{2}$ *et* $-3=\dfrac{-1+y_E}{2}$

Ce qui donne : $x_E=6$ *et* $y_E=-5$
E (6 ; - 5)

3°) $\vec{AB}(1{,}5;8)$ et $\vec{EF}(1{,}5;8)$
les vecteurs $\vec{AB}$ *et* $\vec{EF}$ sont colinéaires et donc les droites (AB) et (EF) sont parallèles.

Ex 4 :

1. $p = \dfrac{105}{205} \approx 0{,}51$
2. $f = \dfrac{91}{227} \approx 0{,}40$
3. $p > 0{,}2$, $n = 227 > 50$
   donc on peut former un intervalle de fluctuations au seuil de 95%, donné par
   I_f = [p - $\dfrac{1}{\sqrt{n}}$; p + $\dfrac{1}{\sqrt{n}}$] au seuil de 95%, soit I_f = [0,44 ; 0,58] au seuil de 95%.

   Or $f \notin I_f$ donc l'échantillon n'est pas représentatif de la population, au risque de 5%,
   On peut donc suspecter l'existence d'un biais, qui pourrait être une influence des pesticides par exemple.

Ex 5 :

Algorithme1 :
Compléter cet algorithme pour qu'il calcule les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$

Variables : x_A ; x_B ; y_A ; y_B ;X ;Y

Entrée : Saisir x_A
Saisir x_B
Saisir y_A
Saisir y_B

Traitement :
X prend la valeur x_B - x_A

Y prend la valeur y_B - y_A

Sortie : Afficher X

Afficher Y

Algorithme 2 :
Cet algorithme permet de vérifier si les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ sont colinéaires. Compléter le.

Variables : a ; b ; x ; y

Entrée : Saisir a
Saisir b
Saisir x
Saisir y
Traitement

Si $a \times y = b \times x$

Alors afficher « les vecteurs sont colinéaires »

Sinon afficher « les vecteurs ne sont pas colinéaires »

Ex 6 :
Les aires des figures sont représentées par des droites donc ces aires sont des fonctions affines de la variable *x*.
On remarque que l'aire du triangle CBM décroît quand *x* grandit.
Donc l'aire de CBM est représentée par la droite de la fonction affine décroissante. Notons cette droite (d_1).
De plus, cette aire est nulle quand $x = AB$ et (d_1) passe par le point (7 ; 0), ce qui signifie que la fonction associée s'annule quand *x = 7.*
Donc, AB = 7.
En utilisant à nouveau (d_1), on constate que l'aire vaut 14 quand *x = 0.*
Or, quand *x = 0*, le point M est en A et l'aire de CBM est $\dfrac{AB \times AD}{2} = 3{,}5CD$.
D'où 3,5 AD = 14 et donc AD = 4.

Quand *x = 0,* l'aire de AMCD (c'est à dire celle du triangle ACD) vaut 8 , d'après la 2° droite.
D'où : $\dfrac{CD \times AD}{2} = 8$ et donc CD = 4

Exercice 7

Partie A

x	2		3		5		6
signe de f(x)		+	0	–	0	+	

x	2		4		6
Variation de f	3	↘	- 1	↗	3

Partie B

1.a. $(t-5)(t-3) = t^2 - 5t - 3t + 15 = t^2 - 8t + 15 = f(t)$

1.b.

t	2		3		5		6
t -5		-		-		+	
t - 3		-		+		+	
$(t-5)(t-3)$		+		-		+	

Et on retrouve ainsi le tableau de signes de f sur [2;6] de la partie A.

2. $2 \leq t \leq 3,5 \rightarrow f(2) \geq f(t) \geq f(3,5)$ car f strictement décroissante sur [2;4], d'où $3 \geq f(t) \geq -0,75$
3. -1minimum de f sur [2;6] signifie que pour tout t de l'intervalle [2;6], $f(t)$ est toujours supérieur à -1 et qu'il existe une valeur de t dans l'intervalle [2;6] telle que $f(t) = -1$.
   Or $f(t) \geq -1$ signifie $t^2 - 8t + 15 \geq -1$ donc $t^2 - 8t + 16 \geq 0$ soit $(t-4)^2 \geq 0$ ce qui est toujours vrai, et de plus, on montre que $f(4) = -1$.
   Donc -1 est le minimum de f atteint pour $t = 4$.

Partie C

1. D'après la partie B, question 2, l'oiseau se trouve entre 0,75dm sous la surface et 3 dm au dessus du niveau de l'eau.
2. D'après la partie B, question 3, l'oiseau ne descendra pas plus bas que 1 dm sous l'eau, soit 10cm...