Correction du devoir commun n°1

Exercice 1

Partie A

Avec la précision qu'autorise le graphique, on a :

1. f(-1) ≈ - 0,55.
2. f(2,5) ≈ -1.
3. On trace la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par le point de coordonnées (0 ;-1).
   On lit alors les abscisses de ses points d'intersection avec la courbe et on a :
   -1,3 / 1,75 / 2,5 / 5,3 comme valeurs approchées des antécédents de -1 par f.
4. On cherche les abscisses des points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses et on a :
   0 et 4 comme valeurs approchées des solutions de l'équation f(x) = 0.

Partie B

1. g(-2) = 0,1 x (-(-2)-1) x (-2-5) = 0,1 x (1) x (-7) = -0,7.
2. On peut faire de même pour l'ensemble du tableau ou utiliser le tableur de la calculatrice
   On obtient :

x	-3	-3	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
g(x)	-1,6	-1	-0,7	-0,325	0	0,275	0,5	0,675	0,8	0,875	0,9	0,875	0,8

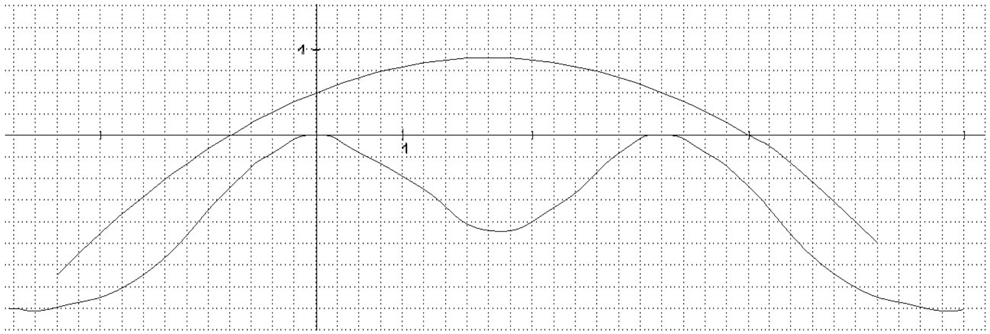
3. On place dans le repère les 13 points de coordonnées (x ; g(x)) du précédent tableau et on les relie avec un tracé « lissé ».
   On obtient alors la représentation souhaitée.

Partie C

1. Le haut des amortisseurs est à la hauteur du sommet de la bosse lorsque g(x) = 0. On doit donc résoudre l'équation g(x)=0.
   Or $g(x) = 0 \Leftrightarrow 0{,}1(-x-1)(x-5) = 0 \Leftrightarrow -x-1 = 0 \text{ ou } x-5 = 0$
   $\Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x = 5.$

Ainsi le haut des amortisseurs est à la hauteur du sommet de la bosse 1 mètre avant la 1ère bosse et 5 mètres après, soit un mètre après la 2ème bosse.

2. On calcule g(1,75) = 0,1 x (-(1,75)-1) x (1,75-5) = 0,1 x (-2,75) x (-3,25) = 0,89375
   Ainsi g(1,75) ≠ 0,894.
   Donc ce point n'est pas sur la trajectoire.



Exercice 2 :

<u>Partie A :</u> Question de cours

On peut rentrer dans le menu « tabl » ou le menu « graph » l'expression de f(x) en Y1 par exemple.

Méthode 1 : Dans le menu « Tabl », on fait afficher la table pour x variant dans un certain intervalle (entre -10 et 10 par exemple) puis on regarde si, pour une de ces valeur l'image est 5 ou proche de 5.
Si oui, on a une solution approchée, sinon on tâtonne en changeant les intervalles.

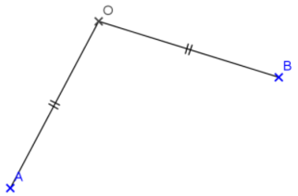
Méthode 2 : Dans le menu « Graph », le problème revenant à chercher des valeurs approchées d'éventuels antécédents de 5 par f, on rentre 5 dans Y2.
Reste à observer les abscisses des points d'intersection éventuels des 2 courbes. (rq : la commande « ISCT » fait le travail).

Partie B : **Vrai ou faux ?**

1. Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{3x-1}{5+x}$. On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

   a) $f(-3) = \frac{3\times(-3)-1}{5+(-3)} = \cdots = -5$. Donc c'est vrai.

   b) Un point appartient à la courbe de la fonction *f* si et seulement si son ordonnée est l'image de son abscisse par *f*. Or -5 n'a pas d'image par *f*, car il annule le dénominateur. Donc le point (-5 ; -16) n'appartient pas à la courbe $\mathcal{C}_f$.



2. Faux, voici un contre-exemple :
3. Si G est le symétrique de E par rapport à F alors F est le milieu du segment [EG]

   On a donc : $x_F = \frac{x_E+x_G}{2} \Leftrightarrow a = \frac{1+x_G}{2} \Leftrightarrow 2a = 1 + x_G \Leftrightarrow x_G = 2a - 1$

   Et $y_F = \frac{y_E+y_G}{2} \Leftrightarrow 2a = \frac{3+y_G}{2} \Leftrightarrow \ldots \Leftrightarrow y_G = 4a - 3$

   C'est donc vrai, G a bien pour coordonnées $(2a-1; 4a-3)$.

4. Faux , voici un contre-exemple :

   La moyenne de la série : 5 ;10 ;11 ; 12 est $\overline{x} = 9{,}5$.

   Et en supprimant la plus petite et la plus grande valeur la série, la nouvelle série est : 10 ; 11 dont la moyenne est $\overline{x'} = 10{,}5$.

   La moyenne a donc été modifiée.

Exercice 3

1°) Voir figure

2°) ABCD parallélogramme

cela signifie que les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ ont le même milieu K.

On peut déterminer les coordonnées de K en tant que milieu de $[AC]$.

$x_K = \frac{x_A+x_C}{2} = 1$ et $y_K = \frac{y_A+y_C}{2} = 1$

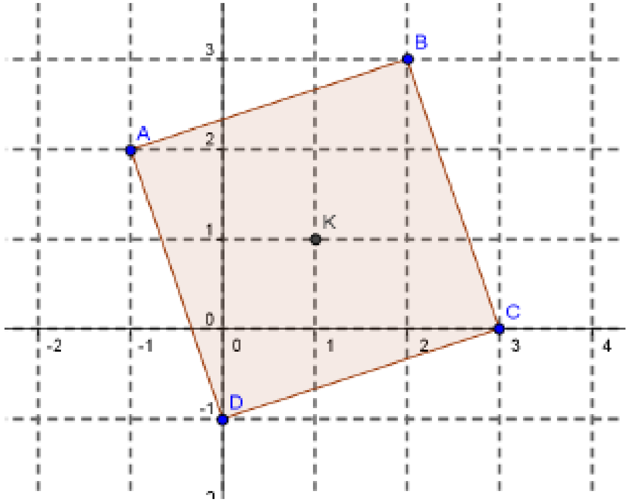
Comme K est aussi le milieu de $[BD]$

$x_K = \frac{x_B+x_D}{2}$ et $y_K = \frac{y_B+y_D}{2}$

D'où : $\frac{2+x_D}{2} = 1$ et $\frac{3+y_D}{2} = 1$

Ce qui donne : $x_D = 2-2 = 0$ et $y_D = 2-3 = -1$

Ainsi : $D(0;-1)$



3°) $AB = \sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2} = \sqrt{3^2+1^2} = \sqrt{10}$

$BC = \sqrt{3^2+1^2} = \sqrt{10}$

$AC = \sqrt{4^2+2^2} = \sqrt{20}$

4°) ABC est un triangle isocèle car $AB = BC$

De plus $AB^2+BC^2 = 10+10 = 20$ et $AC^2 = 20$.

Ainsi, $AB^2+BC^2 = AC^2$.

Par la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en B.

5°) ABCD est un parallélogramme (2°) , il possède un angle droit en B (d'après 4°) et deux côtés consécutifs $[AB]$ et $[BC]$ de même longueur (d'après 4°), c'est donc un carré.

Exercice 4

Résoudre le problème suivant en explicitant toute votre démarche (du schéma aux différents calculs effectués en passant par l'utilisation de la calculatrice) sachant que toute recherche même non aboutie sera notée.

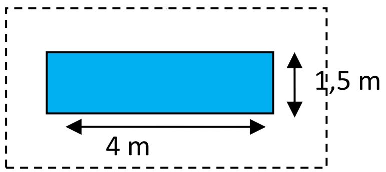
Problème 1:

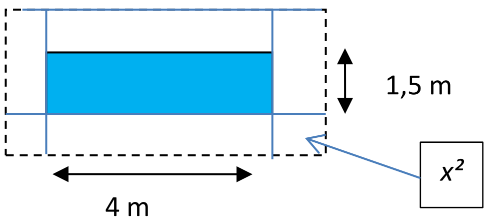
Dans son jardin, Marie possède un bassin rectangulaire de 1,5m sur 4m dans lequel elle a placé des poissons et des plantes aquatiques.

Pour l'embellir, elle veut créer un dallage tout autour du bassin de même largeur en utilisant exactement les 20 m² de dalles qu'elle a récupéré de la démolition d'une ancienne terrasse.

Quelle sera la largeur des bandes rectangulaires de la dalle qui seront autour du bassin ?

Schématisation :





Résolution algébrique classique:

1. *On appelle x la largeur de la bande.*
   On note que $x > 0$

2. *Aire (Bande) = Aire (gd rect) – Aire(bassin)*
   $20 = (1{,}5+2x)(4+2x)-6$

   $20 = 4x^2+11x$

   qui est équivalente à $4x^2+11x-20=0$

   Il faut donc la ***factoriser*** *si possible :*

   $4x^2+11x-20 = (\quad)(\quad)$

   En tâtonnant, on trouve : $4x^2+11x-20=(x+4)(4x-5)$

   $$(x+4)\times(4x-5)=0$$
   $$[\qquad\qquad]$$
   $$\Leftrightarrow x+4=0 \quad ou \quad 4x-5=0$$
   $$\Leftrightarrow x=-4 \quad ou \quad x=1{,}25$$

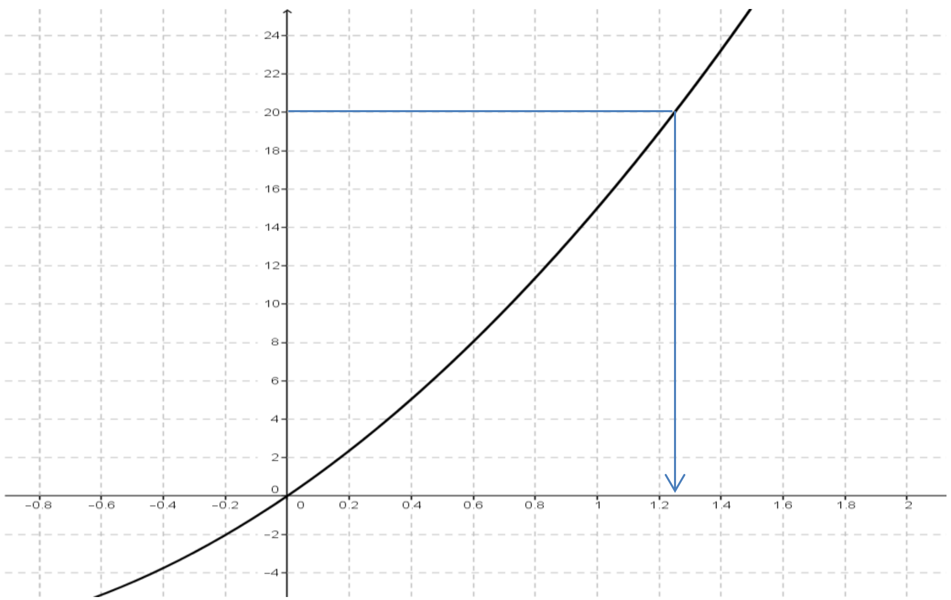
   Il y a deux solutions : -4 et 1,25

3. *La seule possibilité pour Marie, c'est de créer une bande de 1,25m de large.*

Expérimentation avec la calculatrice :

Résoudre l'équation $4x^2+11x=20$ revient à chercher les éventuels antécédents de 20 par la fonction f définie par : $f(x) = 4x^2+11x$.

A l'aide du grapheur :



0n lit sur le graphique que 20 possède un seul antécédent positif qui semble être compris entre 1,2 et 1,3.

A l'aide du tableur :

Pas =0,5

$f(x)=4x^2+11x$	
x	f(x)
0	0
0,5	6,5
1	15
1,5	25,5
2	38

Pas=0,1

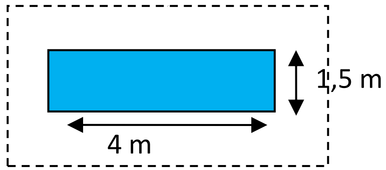
$f(x)=4x^2+11x$	
x	f(x)
1	15
1,1	16,94
1,2	18,96
1,3	21,06

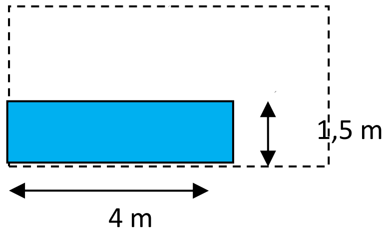
Pas = 0,01

$f(x)=4x^2+11x$	
x	f(x)
1,2	18,96
1,21	19,166
1,22	19,373
1,23	19,581
1,24	19,79
1,25	20

On peut conjecturer que la largeur de la bande doit être 1,25m pour utiliser les 20m² de dalles récupérées.

Autre résolution :





Il faut agrandir le rectangle pour obtenir un rectangle isométrique d'aire de 26 m² (20 +4x1,5).

Si x est le nombre qu'il faut ajouter aux deux dimensions du rectangle alors on obtient l'équation $(4+x)(1,5+x)=26$ qui est équivalente à : $x^2+5,5x-20=0$. Equation qu'il faut chercher à résoudre dont 2,5 est la seule solution positive….