

Corrigé de l'exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

►1. $x^2 + 14x + 45 = 0$

Je calcule $\Delta = 14^2 - 4 \times 1 \times 45 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-14 - \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{-14 - \sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{-14 - 4}{2} \\ &= \frac{-18}{2} \\ &= -9\end{aligned}\qquad\qquad\qquad\begin{aligned}\frac{-14 + \sqrt{16}}{2 \times 1} &= \frac{-14 + \sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{-14 + 4}{2} \\ &= \frac{-10}{2} \\ &= -5\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -9$ et $x_2 = -5$.

►2. $-33z^2 - 83z + 90 = 0$

Je calcule $\Delta = (-83)^2 - 4 \times (-33) \times 90 = 18\,769$ et $\sqrt{18\,769} = 137$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-83) + \sqrt{18\,769}}{2 \times (-33)} &= \frac{83 + \sqrt{18\,769}}{-66} \\ &= \frac{83 + 137}{-66} \\ &= \frac{220}{-66} \\ &= \frac{-10 \times (-22)}{3 \times (-22)} \\ &= \frac{-10}{3}\end{aligned}\qquad\qquad\qquad\begin{aligned}\frac{-(-83) - \sqrt{18\,769}}{2 \times (-33)} &= \frac{83 - \sqrt{18\,769}}{-66} \\ &= \frac{83 - 137}{-66} \\ &= \frac{-54}{-66} \\ &= \frac{9 \times (-6)}{11 \times (-6)} \\ &= \frac{9}{11}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = \frac{-10}{3}$ et $z_2 = \frac{9}{11}$.

►3. $-t^2 + 3t + 3 = 0$

Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times 3 = 21$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-3 + \sqrt{21}}{2 \times (-1)} &= \frac{-3 + \sqrt{21}}{-2} \\ &= \frac{3 \times (-1) - 1 \times (-1)\sqrt{21}}{2 \times (-1)} \\ &= \frac{3 - \sqrt{21}}{2}\end{aligned}\qquad\qquad\qquad\begin{aligned}\frac{-3 - \sqrt{21}}{2 \times (-1)} &= \frac{-3 - \sqrt{21}}{-2} \\ &= \frac{3 \times (-1) + 1 \times (-1)\sqrt{21}}{2 \times (-1)} \\ &= \frac{3 + \sqrt{21}}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = \frac{3 - \sqrt{21}}{2}$ et $t_2 = \frac{3 + \sqrt{21}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

►1. $y^2 + 13y + 30 = 0$

Je calcule $\Delta = 13^2 - 4 \times 1 \times 30 = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-13 - \sqrt{49}}{2 \times 1} &= \frac{-13 - \sqrt{49}}{2} \\&= \frac{-13 - 7}{2} \\&= \frac{-20}{2} \\&= -10\end{aligned}\qquad\qquad\qquad\begin{aligned}\frac{-13 + \sqrt{49}}{2 \times 1} &= \frac{-13 + \sqrt{49}}{2} \\&= \frac{-13 + 7}{2} \\&= \frac{-6}{2} \\&= -3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -10$ et $y_2 = -3$.

►2. $-99z^2 - 136z - 45 = 0$

Je calcule $\Delta = (-136)^2 - 4 \times (-99) \times (-45) = 676$ et $\sqrt{676} = 26$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-136) + \sqrt{676}}{2 \times (-99)} &= \frac{136 + \sqrt{676}}{-198} \\&= \frac{136 + 26}{-198} \\&= \frac{162}{-198} \\&= \frac{-9 \times (-18)}{11 \times (-18)} \\&= \frac{-9}{11}\end{aligned}\qquad\qquad\qquad\begin{aligned}\frac{-(-136) - \sqrt{676}}{2 \times (-99)} &= \frac{136 - \sqrt{676}}{-198} \\&= \frac{136 - 26}{-198} \\&= \frac{110}{-198} \\&= \frac{-5 \times (-22)}{9 \times (-22)} \\&= \frac{-5}{9}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = \frac{-9}{11}$ et $z_2 = \frac{-5}{9}$.

►3. $x^2 + 7x + 7 = 0$

Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times 1 \times 7 = 21$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-7 - \sqrt{21}}{2 \times 1} = \frac{-7 - \sqrt{21}}{2} \qquad\qquad\qquad \frac{-7 + \sqrt{21}}{2 \times 1} = \frac{-7 + \sqrt{21}}{2}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-7 - \sqrt{21}}{2}$ et $x_2 = \frac{-7 + \sqrt{21}}{2}$.

Corrigé de l'exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

►1. $x^2 + 4x - 60 = 0$

Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-60) = 256$ et $\sqrt{256} = 16$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-4 - \sqrt{256}}{2 \times 1} &= \frac{-4 - \sqrt{256}}{2} \\&= \frac{-4 - 16}{2} \\&= \frac{-20}{2} \\&= -10\end{aligned}\qquad\qquad\qquad\begin{aligned}\frac{-4 + \sqrt{256}}{2 \times 1} &= \frac{-4 + \sqrt{256}}{2} \\&= \frac{-4 + 16}{2} \\&= \frac{12}{2} \\&= 6\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -10$ et $x_2 = 6$.

►2. $-5x^2 - 6x + 8 = 0$

Je calcule $\Delta = (-6)^2 - 4 \times (-5) \times 8 = 196$ et $\sqrt{196} = 14$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-6) + \sqrt{196}}{2 \times (-5)} &= \frac{6 + \sqrt{196}}{-10} & \frac{-(-6) - \sqrt{196}}{2 \times (-5)} &= \frac{6 - \sqrt{196}}{-10} \\ &= \frac{6 + 14}{-10} & &= \frac{6 - 14}{-10} \\ &= \frac{20}{-10} & &= \frac{-8}{-10} \\ &= -2 & &= \frac{4 \times (-2)}{5 \times (-2)} \\ & & &= \frac{4}{5}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -2$ et $x_2 = \frac{4}{5}$.

►3. $t^2 - 5 = 0$

Je calcule $\Delta = 0^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 20$ et $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-0 - \sqrt{20}}{2 \times 1} &= \frac{-\sqrt{20}}{2} & \frac{-0 + \sqrt{20}}{2 \times 1} &= \frac{+\sqrt{20}}{2} \\ &= \frac{-2\sqrt{5}}{2} & &= \frac{+2\sqrt{5}}{2} \\ &= \frac{0_{\times 2} - 1_{\times 2}\sqrt{5}}{1_{\times 2}} & &= \frac{0_{\times 2} + 1_{\times 2}\sqrt{5}}{1_{\times 2}} \\ &= -\sqrt{5} & &= \sqrt{5}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -\sqrt{5}$ et $t_2 = \sqrt{5}$.

Corrigé de l'exercice 4

Résoudre les équations suivantes :

►1. $y^2 - 3y - 54 = 0$

Je calcule $\Delta = (-3)^2 - 4 \times 1 \times (-54) = 225$ et $\sqrt{225} = 15$.

Comme $\Delta > 0$, $P(y)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-3) - \sqrt{225}}{2 \times 1} &= \frac{3 - \sqrt{225}}{2} & \frac{-(-3) + \sqrt{225}}{2 \times 1} &= \frac{3 + \sqrt{225}}{2} \\ &= \frac{3 - 15}{2} & &= \frac{3 + 15}{2} \\ &= \frac{-12}{2} & &= \frac{18}{2} \\ &= -6 & &= 9\end{aligned}$$

Les racines de P sont $y_1 = -6$ et $y_2 = 9$.

►2. $42x^2 - 53x - 10 = 0$

Je calcule $\Delta = (-53)^2 - 4 \times 42 \times (-10) = 4489$ et $\sqrt{4489} = 67$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-53) - \sqrt{4489}}{2 \times 42} &= \frac{53 - \sqrt{4489}}{84} & \frac{-(-53) + \sqrt{4489}}{2 \times 42} &= \frac{53 + \sqrt{4489}}{84} \\ &= \frac{53 - 67}{84} & &= \frac{53 + 67}{84} \\ &= \frac{-14}{84} & &= \frac{120}{84} \\ &= \frac{-1 \times 14}{6 \times 14} & &= \frac{10 \times 12}{7 \times 12} \\ &= \frac{-1}{6} & &= \frac{10}{7} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-1}{6}$ et $x_2 = \frac{10}{7}$.

►3. $t^2 + 6t - 3 = 0$

Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times (-3) = 48$ et $\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-6 - \sqrt{48}}{2 \times 1} &= \frac{-6 - \sqrt{48}}{2} & \frac{-6 + \sqrt{48}}{2 \times 1} &= \frac{-6 + \sqrt{48}}{2} \\ &= \frac{-6 - 4\sqrt{3}}{2} & &= \frac{-6 + 4\sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{-3 \times 2 - 2 \times 2\sqrt{3}}{1 \times 2} & &= \frac{-3 \times 2 + 2 \times 2\sqrt{3}}{1 \times 2} \\ &= -3 - 2\sqrt{3} & &= -3 + 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -3 - 2\sqrt{3}$ et $t_2 = -3 + 2\sqrt{3}$.

Corrigé de l'exercice 5

Résoudre les équations suivantes :

►1. $t^2 - 15t + 54 = 0$

Je calcule $\Delta = (-15)^2 - 4 \times 1 \times 54 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-15) - \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{15 - \sqrt{9}}{2} & \frac{-(-15) + \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{15 + \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{15 - 3}{2} & &= \frac{15 + 3}{2} \\ &= \frac{12}{2} & &= \frac{18}{2} \\ &= 6 & &= 9 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = 6$ et $t_2 = 9$.

►2. $-9z^2 + 50z - 25 = 0$

Je calcule $\Delta = 50^2 - 4 \times (-9) \times (-25) = 1\,600$ et $\sqrt{1\,600} = 40$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-50 + \sqrt{1\,600}}{2 \times (-9)} &= \frac{-50 + \sqrt{1\,600}}{-18} \\ &= \frac{-50 + 40}{-18} \\ &= \frac{-10}{-18} \\ &= \frac{5 \times (-2)}{9 \times (-2)} \\ &= \frac{5}{9}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-50 - \sqrt{1\,600}}{2 \times (-9)} &= \frac{-50 - \sqrt{1\,600}}{-18} \\ &= \frac{-50 - 40}{-18} \\ &= \frac{-90}{-18} \\ &= 5\end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = \frac{5}{9}$ et $z_2 = 5$.

►3. $x^2 + x + 8 = 0$

Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 8 = -31$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines.

Corrigé de l'exercice 6

Résoudre les équations suivantes :

►1. $t^2 + 9t + 18 = 0$

Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times 1 \times 18 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.

Comme $\Delta > 0$, $P(t)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-9 - \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{-9 - \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{-9 - 3}{2} \\ &= \frac{-12}{2} \\ &= -6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-9 + \sqrt{9}}{2 \times 1} &= \frac{-9 + \sqrt{9}}{2} \\ &= \frac{-9 + 3}{2} \\ &= \frac{-6}{2} \\ &= -3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $t_1 = -6$ et $t_2 = -3$.

►2. $2x^2 + x - 3 = 0$

Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 2 \times (-3) = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-1 - \sqrt{25}}{2 \times 2} &= \frac{-1 - \sqrt{25}}{4} \\ &= \frac{-1 - 5}{4} \\ &= \frac{-6}{4} \\ &= \frac{-3 \times 2}{2 \times 2} \\ &= \frac{-3}{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-1 + \sqrt{25}}{2 \times 2} &= \frac{-1 + \sqrt{25}}{4} \\ &= \frac{-1 + 5}{4} \\ &= \frac{4}{4} \\ &= 1\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-3}{2}$ et $x_2 = 1$.

►3. $z^2 + 6z - 5 = 0$

Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 56$ et $\sqrt{56} = 2\sqrt{14}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(z)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-6 - \sqrt{56}}{2 \times 1} &= \frac{-6 - \sqrt{56}}{2} \\ &= \frac{-6 - 2\sqrt{14}}{2} \\ &= \frac{-3 \times 2 - 1 \times 2\sqrt{14}}{1 \times 2} \\ &= -3 - \sqrt{14} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \frac{-6 + \sqrt{56}}{2 \times 1} &= \frac{-6 + \sqrt{56}}{2} \\ &= \frac{-6 + 2\sqrt{14}}{2} \\ &= \frac{-3 \times 2 + 1 \times 2\sqrt{14}}{1 \times 2} \\ &= -3 + \sqrt{14} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $z_1 = -3 - \sqrt{14}$ et $z_2 = -3 + \sqrt{14}$.