Corrigé de l'exercice 1

▶**1.** Soit $E = x^3 + 5x^2 - 12x - 36)$

a) Comme $E(-6) = 0$, on peut diviser E par $x + 6$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +5x^2 & -12x & -36 & x+6 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +6x^2) & & & x^2 - x - 6 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -1x^2 & -12x & & \\
 & -(-1x^2 & -6x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & -6x & -36 & \\
 & & -(-6x & -36) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$x^3 + 5x^2 - 12x - 36 = \left(x^2 - x - 6\right) \times (x + 6)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - x - 6$
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-1) - \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{1 - \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{1 - 5}{2} \\ &= \frac{-4}{2} \\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-1) + \sqrt{25}}{2 \times 1} &= \frac{1 + \sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{1 + 5}{2} \\ &= \frac{6}{2} \\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -2$ et $x_2 = 3$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = \left(x - \frac{1 - \sqrt{23}}{2}\right)\left(x - \frac{1 + \sqrt{23}}{2}\right)$$

On en conclue donc que $E = (x + 6)\left(x - \dfrac{1 - \sqrt{23}}{2}\right)\left(x - \dfrac{1 + \sqrt{23}}{2}\right)$

▶**2.** Soit $F = 132x^3 - 13x^2 - 2x)$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x\left(132x^2 - 13x - 2\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 132x^2 - 13x - 2$
Je calcule $\Delta = (-13)^2 - 4 \times 132 \times (-2) = 1\,225$ et $\sqrt{1\,225} = 35$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-13) - \sqrt{1\,225}}{2 \times 132} &= \frac{13 - \sqrt{1\,225}}{264} \\ &= \frac{13 - 35}{264} \\ &= \frac{-22}{264} \\ &= \frac{-1_{\times 22}}{12_{\times 22}} \\ &= \frac{-1}{12}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-13) + \sqrt{1\,225}}{2 \times 132} &= \frac{13 + \sqrt{1\,225}}{264} \\ &= \frac{13 + 35}{264} \\ &= \frac{48}{264} \\ &= \frac{2_{\times 24}}{11_{\times 24}} \\ &= \frac{2}{11}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-1}{12}$ et $x_2 = \dfrac{2}{11}$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = 132 \times \left(x - \left(-\frac{1}{12}\right)\right)\left(x - \frac{2}{11}\right) = 132 \times \left(x + \frac{1}{12}\right)\left(x - \frac{2}{11}\right)$$

On en conclue donc que $F = 132x\left(x + \frac{1}{12}\right)\left(x - \frac{2}{11}\right)$

Corrigé de l'exercice 2

▶1. Soit $E = x^3 - 7x^2 - 36x + 252)$

a) Comme $E(-6) = 0$, on peut diviser E par $x + 6$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & -7x^2 & -36x & +252 & x+6 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +6x^2) & & & x^2 - 13x + 42 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -13x^2 & -36x & & \\
& -(-13x^2 & -78x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & +42x & +252 & \\
& & -(+42x & +252) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 - 7x^2 - 36x + 252 = \left(x^2 - 13x + 42\right) \times (x + 6)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - 13x + 42$
Je calcule $\Delta = (-13)^2 - 4 \times 1 \times 42 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-13) - \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{13 - \sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{13 - 1}{2} \\ &= \frac{12}{2} \\ &= 6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-13) + \sqrt{1}}{2 \times 1} &= \frac{13 + \sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{13 + 1}{2} \\ &= \frac{14}{2} \\ &= 7\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = 6$ et $x_2 = 7$.
On ne peut pas factoriser $E_2(x)$.
On en conclue donc que $E = (x + 6) \times x^2 - 13x + 42$

▶2. Soit $F = -40x^3 - 102x^2 - 77x - 15)$

a) Comme $F(-1) = 0$, on peut diviser F par $x + 1$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-40x^3 & -102x^2 & -77x & -15 & x+1 \\ \cline{5-5}
-(-40x^3 & -40x^2) & & & -40x^2 - 62x - 15 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & -62x^2 & -77x & & \\
& -(-62x^2 & -62x) & & \\ \cline{2-3}
& +0x^2 & -15x & -15 & \\
& & -(-15x & -15) & \\ \cline{3-4}
& & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-40x^3 - 102x^2 - 77x - 15 = \left(-40x^2 - 62x - 15\right) \times (x + 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -40x^2 - 62x - 15$
Je calcule $\Delta = (-62)^2 - 4 \times (-40) \times (-15) = 1\,444$ et $\sqrt{1\,444} = 38$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-62)+\sqrt{1\,444}}{2\times(-40)} &= \frac{62+\sqrt{1\,444}}{-80} \\ &= \frac{62+38}{-80} \\ &= \frac{100}{-80} \\ &= \frac{-5_{\times(-20)}}{4_{\times(-20)}} \\ &= \frac{-5}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-62)-\sqrt{1\,444}}{2\times(-40)} &= \frac{62-\sqrt{1\,444}}{-80} \\ &= \frac{62-38}{-80} \\ &= \frac{24}{-80} \\ &= \frac{-3_{\times(-8)}}{10_{\times(-8)}} \\ &= \frac{-3}{10} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-5}{4}$ et $x_2 = \dfrac{-3}{10}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -40 \times \left(x - \left(-\frac{5}{4}\right)\right)\left(x - \left(-\frac{3}{10}\right)\right) = -40 \times \left(x + \frac{5}{4}\right)\left(x + \frac{3}{10}\right)$$

On en conclue donc que $F = -40\,(x+1)\left(x + \dfrac{5}{4}\right)\left(x + \dfrac{3}{10}\right)$

Corrigé de l'exercice 3

►**1.** Soit $E = x^3 + 3x^2 - 10x - 24)$

a) Comme $E(-4) = 0$, on peut diviser E par $x+4$

$$\begin{array}{rrrr|l} +1x^3 & +3x^2 & -10x & -24 & x+4 \\ \cline{5-5} -(+1x^3 & +4x^2) & & & x^2-x-6 \\ \cline{1-2} +0x^3 & -1x^2 & -10x & & \\ & -(-1x^2 & -4x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & -6x & -24 & \\ & & -(-6x & -24) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$x^3 + 3x^2 - 10x - 24 = \left(x^2 - x - 6\right) \times (x+4)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - x - 6$
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-6) = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-1)-\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{1-\sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{1-5}{2} \\ &= \frac{-4}{2} \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-(-1)+\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{1+\sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{1+5}{2} \\ &= \frac{6}{2} \\ &= 3 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -2$ et $x_2 = 3$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = \left(x - \frac{1-\sqrt{23}}{2}\right)\left(x - \frac{1+\sqrt{23}}{2}\right)$$

On en conclue donc que $E = (x+4)\left(x - \dfrac{1-\sqrt{23}}{2}\right)\left(x - \dfrac{1+\sqrt{23}}{2}\right)$

►2. Soit $F = 3x^3 + 5x^2 - 4x - 4)$

a) Comme $F(1) = 0$, on peut diviser F par $x - 1$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
+3x^3 & +5x^2 & -4x & -4 & x-1 \\
\cline{5-5}
-(+3x^3 & -3x^2) & & & 3x^2+8x+4 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & +8x^2 & -4x & & \\
 & -(+8x^2 & -8x) & & \\
\cline{2-3}
 & +0x^2 & +4x & -4 & \\
 & & -(+4x & -4) & \\
\cline{3-4}
 & & +0 & & \\
\end{array}
$$

On a

$$3x^3 + 5x^2 - 4x - 4 = \left(3x^2 + 8x + 4\right) \times (x - 1)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = 3x^2 + 8x + 4$
Je calcule $\Delta = 8^2 - 4 \times 3 \times 4 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$
\begin{aligned}
\frac{-8-\sqrt{16}}{2\times 3} &= \frac{-8-\sqrt{16}}{6} \\
&= \frac{-8-4}{6} \\
&= \frac{-12}{6} \\
&= -2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{-8+\sqrt{16}}{2\times 3} &= \frac{-8+\sqrt{16}}{6} \\
&= \frac{-8+4}{6} \\
&= \frac{-4}{6} \\
&= \frac{-2_{\times 2}}{3_{\times 2}} \\
&= \frac{-2}{3}
\end{aligned}
$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = -2$ et $x_2 = \dfrac{-2}{3}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = 3 \times\ (x - (-2)) \left(x - \left(-\frac{2}{3}\right)\right) = 3 \times\ (x + 2) \left(x + \frac{2}{3}\right)$$

On en conclue donc que $F = 3\,(x - 1)\,(x + 2) \left(x + \dfrac{2}{3}\right)$

Corrigé de l'exercice 4

►1. Soit $E = x^3 + 9x^2 - 22x - 120)$

a) Comme $E(-10) = 0$, on peut diviser E par $x + 10$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +9x^2 & -22x & -120 & x+10 \\
\cline{5-5}
-(+1x^3 & +10x^2) & & & x^2-x-12 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & -1x^2 & -22x & & \\
 & -(-1x^2 & -10x) & & \\
\cline{2-3}
 & +0x^2 & -12x & -120 & \\
 & & -(-12x & -120) & \\
\cline{3-4}
 & & +0 & & \\
\end{array}
$$

On a

$$x^3 + 9x^2 - 22x - 120 = \left(x^2 - x - 12\right) \times (x + 10)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - x - 12$
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-12) = 49$ et $\sqrt{49} = 7$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-1) - \sqrt{49}}{2 \times 1} &= \frac{1 - \sqrt{49}}{2} \\ &= \frac{1-7}{2} \\ &= \frac{-6}{2} \\ &= -3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-(-1) + \sqrt{49}}{2 \times 1} &= \frac{1 + \sqrt{49}}{2} \\ &= \frac{1+7}{2} \\ &= \frac{8}{2} \\ &= 4 \end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -3$ et $x_2 = 4$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = \left(x - \frac{1 - \sqrt{47}}{2}\right)\left(x - \frac{1 + \sqrt{47}}{2}\right)$$

On en conclue donc que $E = (x + 10)\left(x - \dfrac{1 - \sqrt{47}}{2}\right)\left(x - \dfrac{1 + \sqrt{47}}{2}\right)$

►2. Soit $F = -50x^3 + 105x^2 + 26x - 72)$

a) Comme $F(2) = 0$, on peut diviser F par $x - 2$

$$\begin{array}{rrrr|l} -50x^3 & +105x^2 & +26x & -72 & x-2 \\ \cline{5-5} -(-50x^3 & +100x^2) & & & -50x^2 + 5x + 36 \\ \cline{1-2} +0x^3 & +5x^2 & +26x & & \\ & -(+5x^2 & -10x) & & \\ \cline{2-3} & +0x^2 & +36x & -72 & \\ & & -(+36x & -72) & \\ \cline{3-4} & & +0 & & \end{array}$$

On a

$$-50x^3 + 105x^2 + 26x - 72 = \left(-50x^2 + 5x + 36\right) \times (x - 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -50x^2 + 5x + 36$
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times (-50) \times 36 = 7\,225$ et $\sqrt{7\,225} = 85$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-5 + \sqrt{7\,225}}{2 \times (-50)} &= \frac{-5 + \sqrt{7\,225}}{-100} \\ &= \frac{-5+85}{-100} \\ &= \frac{80}{-100} \\ &= \frac{-4_{\times(-20)}}{5_{\times(-20)}} \\ &= \frac{-4}{5} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-5 - \sqrt{7\,225}}{2 \times (-50)} &= \frac{-5 - \sqrt{7\,225}}{-100} \\ &= \frac{-5-85}{-100} \\ &= \frac{-90}{-100} \\ &= \frac{9_{\times(-10)}}{10_{\times(-10)}} \\ &= \frac{9}{10} \end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-4}{5}$ et $x_2 = \dfrac{9}{10}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -50 \times \left(x - \left(-\frac{4}{5}\right)\right)\left(x - \frac{9}{10}\right) = -50 \times \left(x + \frac{4}{5}\right)\left(x - \frac{9}{10}\right)$$

On en conclue donc que $F = -50\,(x - 2)\left(x + \dfrac{4}{5}\right)\left(x - \dfrac{9}{10}\right)$

Corrigé de l'exercice 5

►1. Soit $E = x^3 + 5x^2 - 26x - 120)$

a) Comme $E(-6) = 0$, on peut diviser E par $x + 6$

$$
\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +5x^2 & -26x & -120 & x+6 \\
\cline{5-5}
-(+1x^3 & +6x^2) & & & x^2 - x - 20 \\
\cline{1-2}
+0x^3 & -1x^2 & -26x & & \\
 & -(-1x^2 & -6x) & & \\
\cline{2-3}
 & +0x^2 & -20x & -120 & \\
 & & -(-20x & -120) & \\
\cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}
$$

On a

$$x^3 + 5x^2 - 26x - 120 = \left(x^2 - x - 20\right) \times (x + 6)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 - x - 20$
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-20) = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$
\begin{aligned}
\frac{-(-1) - \sqrt{81}}{2 \times 1} &= \frac{1 - \sqrt{81}}{2} \\
&= \frac{1-9}{2} \\
&= \frac{-8}{2} \\
&= -4
\end{aligned}
\qquad\qquad
\begin{aligned}
\frac{-(-1) + \sqrt{81}}{2 \times 1} &= \frac{1 + \sqrt{81}}{2} \\
&= \frac{1+9}{2} \\
&= \frac{10}{2} \\
&= 5
\end{aligned}
$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -4$ et $x_2 = 5$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = \left(x - \frac{1 - \sqrt{79}}{2}\right)\left(x - \frac{1 + \sqrt{79}}{2}\right)$$

On en conclue donc que $E = (x + 6)\left(x - \dfrac{1 - \sqrt{79}}{2}\right)\left(x - \dfrac{1 + \sqrt{79}}{2}\right)$

►2. Soit $F = -10x^3 + 9x^2 + 7x)$

a) On remarque que F peut se factoriser par x et $F = x\left(-10x^2 + 9x + 7\right)$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -10x^2 + 9x + 7$
Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times (-10) \times 7 = 361$ et $\sqrt{361} = 19$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$
\begin{aligned}
\frac{-9 + \sqrt{361}}{2 \times (-10)} &= \frac{-9 + \sqrt{361}}{-20} \\
&= \frac{-9 + 19}{-20} \\
&= \frac{10}{-20} \\
&= \frac{-1_{\times(-10)}}{2_{\times(-10)}} \\
&= \frac{-1}{2}
\end{aligned}
\qquad\qquad
\begin{aligned}
\frac{-9 - \sqrt{361}}{2 \times (-10)} &= \frac{-9 - \sqrt{361}}{-20} \\
&= \frac{-9 - 19}{-20} \\
&= \frac{-28}{-20} \\
&= \frac{7_{\times(-4)}}{5_{\times(-4)}} \\
&= \frac{7}{5}
\end{aligned}
$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-1}{2}$ et $x_2 = \dfrac{7}{5}$.

On peut donc écrire

$$F_2(x) = -10 \times \left(x - \left(-\frac{1}{2}\right)\right)\left(x - \frac{7}{5}\right) = -10 \times \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{7}{5}\right)$$

On en conclue donc que $F = -10x\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{7}{5}\right)$

Corrigé de l'exercice 6

►1. Soit $E = x^3 + 14x^2 + 53x + 40)$

a) Comme $E(-8) = 0$, on peut diviser E par $x + 8$

$$\begin{array}{rrrr|l}
+1x^3 & +14x^2 & +53x & +40 & x+8 \\ \cline{5-5}
-(+1x^3 & +8x^2) & & & x^2+6x+5 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +6x^2 & +53x & & \\
 & -(+6x^2 & +48x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +5x & +40 & \\
 & & -(+5x & +40) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$x^3 + 14x^2 + 53x + 40 = \left(x^2 + 6x + 5\right) \times (x + 8)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $E_2 = x^2 + 6x + 5$
Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times 5 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $E_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-6-\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{-6-\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{-6-4}{2}\\ &= \frac{-10}{2}\\ &= -5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-6+\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{-6+\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{-6+4}{2}\\ &= \frac{-2}{2}\\ &= -1\end{aligned}$$

Les racines de E_2 sont $x_1 = -5$ et $x_2 = -1$.
On peut donc écrire

$$E_2(x) = (x - (-5))(x - (-1)) = (x + 5)(x + 1)$$

On en conclue donc que $E = (x + 8)(x + 5)(x + 1)$

►2. Soit $F = -12x^3 + 29x^2 + 15x - 50)$

a) Comme $F(2) = 0$, on peut diviser F par $x - 2$

$$\begin{array}{rrrr|l}
-12x^3 & +29x^2 & +15x & -50 & x-2 \\ \cline{5-5}
-(-12x^3 & +24x^2) & & & -12x^2+5x+25 \\ \cline{1-2}
+0x^3 & +5x^2 & +15x & & \\
 & -(+5x^2 & -10x) & & \\ \cline{2-3}
 & +0x^2 & +25x & -50 & \\
 & & -(+25x & -50) & \\ \cline{3-4}
 & & +0 & &
\end{array}$$

On a

$$-12x^3 + 29x^2 + 15x - 50 = \left(-12x^2 + 5x + 25\right) \times (x - 2)$$

b) On doit maintenant factoriser le polynôme $F_2 = -12x^2 + 5x + 25$
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times (-12) \times 25 = 1\,225$ et $\sqrt{1\,225} = 35$.
Comme $\Delta > 0$, $F_2(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5+\sqrt{1\,225}}{2\times(-12)} &= \frac{-5+\sqrt{1\,225}}{-24}\\ &= \frac{-5+35}{-24}\\ &= \frac{30}{-24}\\ &= \frac{-5_{\times(-6)}}{4_{\times(-6)}}\\ &= \frac{-5}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-5-\sqrt{1\,225}}{2\times(-12)} &= \frac{-5-\sqrt{1\,225}}{-24}\\ &= \frac{-5-35}{-24}\\ &= \frac{-40}{-24}\\ &= \frac{5_{\times(-8)}}{3_{\times(-8)}}\\ &= \frac{5}{3}\end{aligned}$$

Les racines de F_2 sont $x_1 = \dfrac{-5}{4}$ et $x_2 = \dfrac{5}{3}$.
On peut donc écrire

$$F_2(x) = -12 \times \left(x - \left(-\frac{5}{4}\right)\right)\left(x - \frac{5}{3}\right) = -12 \times \left(x + \frac{5}{4}\right)\left(x - \frac{5}{3}\right)$$

On en conclue donc que $F = -12\,(x-2)\left(x + \dfrac{5}{4}\right)\left(x - \dfrac{5}{3}\right)$