Corrigé de l'exercice 1

▶1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 13x + 36$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 13^2 - 4 \times 1 \times 36 = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-13-\sqrt{25}}{2\times 1} = \frac{-13-\sqrt{25}}{2} = \frac{-13-5}{2} = \frac{-18}{2} = -9$$

$$\frac{-13+\sqrt{25}}{2\times 1} = \frac{-13+\sqrt{25}}{2} = \frac{-13+5}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

Les racines de P sont $x_1 = -9$ et $x_2 = -4$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -9 et -4 ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

▶2. Étudier le signe du polynôme $P = -20x^2 + 41x - 9$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 41^2 - 4 \times (-20) \times (-9) = 961$ et $\sqrt{961} = 31$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-41+\sqrt{961}}{2\times(-20)} = \frac{-41+\sqrt{961}}{-40} = \frac{-41+31}{-40} = \frac{-10}{-40} = \frac{1_{\times(-10)}}{4_{\times(-10)}} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{-41-\sqrt{961}}{2\times(-20)} = \frac{-41-\sqrt{961}}{-40} = \frac{-41-31}{-40} = \frac{-72}{-40} = \frac{9_{\times(-8)}}{5_{\times(-8)}} = \frac{9}{5}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{1}{4}$ et $x_2 = \frac{9}{5}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$\frac{1}{4}$		$\frac{9}{5}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

▶3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 7x - 10$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times 1 \times (-10) = 89$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-7-\sqrt{89}}{2\times 1} = \frac{-7-\sqrt{89}}{2}$$

$$\frac{-7+\sqrt{89}}{2\times 1} = \frac{-7+\sqrt{89}}{2}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-7-\sqrt{89}}{2}$ et $x_2 = \frac{-7+\sqrt{89}}{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$\frac{-7-\sqrt{89}}{2}$		$\frac{-7+\sqrt{89}}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 2

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 5x - 50$ sur $I = [0 ; 5]$.
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times (-50) = 225$ et $\sqrt{225} = 15$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5-\sqrt{225}}{2\times 1} &= \frac{-5-\sqrt{225}}{2}\\ &= \frac{-5-15}{2}\\ &= \frac{-20}{2}\\ &= -10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-5+\sqrt{225}}{2\times 1} &= \frac{-5+\sqrt{225}}{2}\\ &= \frac{-5+15}{2}\\ &= \frac{10}{2}\\ &= 5\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -10$ et $x_2 = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -10 n'est pas dans $[0 ; 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$-$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = -6x^2 - 7x + 5$ sur $I = [-5 ; 5]$.
Je calcule $\Delta = (-7)^2 - 4 \times (-6) \times 5 = 169$ et $\sqrt{169} = 13$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-7)+\sqrt{169}}{2\times(-6)} &= \frac{7+\sqrt{169}}{-12}\\ &= \frac{7+13}{-12}\\ &= \frac{20}{-12}\\ &= \frac{-5_{\times(-4)}}{3_{\times(-4)}}\\ &= \frac{-5}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-7)-\sqrt{169}}{2\times(-6)} &= \frac{7-\sqrt{169}}{-12}\\ &= \frac{7-13}{-12}\\ &= \frac{-6}{-12}\\ &= \frac{1_{\times(-6)}}{2_{\times(-6)}}\\ &= \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-5}{3}$ et $x_2 = \frac{1}{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{5}{3}$		$\frac{1}{2}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + x + 6$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 6 = -23$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines. Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$P(x)$	$+$

Corrigé de l'exercice 3

▶**1.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 9x + 18$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 9^2 - 4 \times 1 \times 18 = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-9-\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{-9-\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{-9-3}{2}\\ &= \frac{-12}{2}\\ &= -6\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-9+\sqrt{9}}{2\times 1} &= \frac{-9+\sqrt{9}}{2}\\ &= \frac{-9+3}{2}\\ &= \frac{-6}{2}\\ &= -3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -6$ et $x_2 = -3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -6 et -3 ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0 $\qquad$ 5
$P(x)$	$+$

▶**2.** Étudier le signe du polynôme $P = 21x^2 + 65x + 24$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 65^2 - 4 \times 21 \times 24 = 2\,209$ et $\sqrt{2\,209} = 47$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-65-\sqrt{2\,209}}{2\times 21} &= \frac{-65-\sqrt{2\,209}}{42}\\ &= \frac{-65-47}{42}\\ &= \frac{-112}{42}\\ &= \frac{-8_{\times 14}}{3_{\times 14}}\\ &= \frac{-8}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-65+\sqrt{2\,209}}{2\times 21} &= \frac{-65+\sqrt{2\,209}}{42}\\ &= \frac{-65+47}{42}\\ &= \frac{-18}{42}\\ &= \frac{-3_{\times 6}}{7_{\times 6}}\\ &= \frac{-3}{7}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-8}{3}$ et $x_2 = \frac{-3}{7}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{8}{3}$		$-\frac{3}{7}$		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

▶**3.** Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 6x - 8$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times (-1) \times (-8) = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-6+\sqrt{4}}{2\times(-1)} &= \frac{-6+\sqrt{4}}{-2}\\ &= \frac{-6+2}{-2}\\ &= \frac{-4}{-2}\\ &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-6-\sqrt{4}}{2\times(-1)} &= \frac{-6-\sqrt{4}}{-2}\\ &= \frac{-6-2}{-2}\\ &= \frac{-8}{-2}\\ &= 4\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 2$ et $x_2 = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Corrigé de l'exercice 4

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 2x - 3$ sur $I = [0~;~5]$.
Je calcule $\Delta = (-2)^2 - 4\times 1\times(-3) = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-2)-\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{2-\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{2-4}{2}\\ &= \frac{-2}{2}\\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-2)+\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{2+\sqrt{16}}{2}\\ &= \frac{2+4}{2}\\ &= \frac{6}{2}\\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or $1-\sqrt{2}$ n'est pas dans $[0~;~5]$. Ainsi

x	0		$1+\sqrt{2}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = 11x^2 - 7x - 4$ sur $I = [-5~;~5]$.
Je calcule $\Delta = (-7)^2 - 4\times 11\times(-4) = 225$ et $\sqrt{225} = 15$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-7)-\sqrt{225}}{2\times 11} &= \frac{7-\sqrt{225}}{22}\\ &= \frac{7-15}{22}\\ &= \frac{-8}{22}\\ &= \frac{-4_{\times 2}}{11_{\times 2}}\\ &= \frac{-4}{11}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-7)+\sqrt{225}}{2\times 11} &= \frac{7+\sqrt{225}}{22}\\ &= \frac{7+15}{22}\\ &= \frac{22}{22}\\ &= 1\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-4}{11}$ et $x_2 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\dfrac{4}{11}$		1		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

►**3.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 3x - 4$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times (-4) = 25$ et $\sqrt{25} = 5$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-3-\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{-3-\sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{-3-5}{2} \\ &= \frac{-8}{2} \\ &= -4 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-3+\sqrt{25}}{2\times 1} &= \frac{-3+\sqrt{25}}{2} \\ &= \frac{-3+5}{2} \\ &= \frac{2}{2} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -4$ et $x_2 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		-4		1		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 5

►**1.** Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 10x + 21$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 21 = 16$ et $\sqrt{16} = 4$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-(-10)-\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{10-\sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{10-4}{2} \\ &= \frac{6}{2} \\ &= 3 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \frac{-(-10)+\sqrt{16}}{2\times 1} &= \frac{10+\sqrt{16}}{2} \\ &= \frac{10+4}{2} \\ &= \frac{14}{2} \\ &= 7 \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 3$ et $x_2 = 7$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

►**2.** Étudier le signe du polynôme $P = 20x^2 - 37x + 8$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-37)^2 - 4 \times 20 \times 8 = 729$ et $\sqrt{729} = 27$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-37)-\sqrt{729}}{2\times 20} &= \frac{37-\sqrt{729}}{40}\\ &= \frac{37-27}{40}\\ &= \frac{10}{40}\\ &= \frac{1_{\times 10}}{4_{\times 10}}\\ &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-37)+\sqrt{729}}{2\times 20} &= \frac{37+\sqrt{729}}{40}\\ &= \frac{37+27}{40}\\ &= \frac{64}{40}\\ &= \frac{8_{\times 8}}{5_{\times 8}}\\ &= \frac{8}{5}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{1}{4}$ et $x_2 = \frac{8}{5}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$\frac{1}{4}$		$\frac{8}{5}$		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 4x - 10$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-10) = 56$ et $\sqrt{56} = 2\sqrt{14}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-4-\sqrt{56}}{2\times 1} &= \frac{-4-\sqrt{56}}{2}\\ &= \frac{-4-2\sqrt{14}}{2}\\ &= \frac{-2_{\times 2}-1_{\times 2}\sqrt{14}}{1_{\times 2}}\\ &= -2-\sqrt{14}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-4+\sqrt{56}}{2\times 1} &= \frac{-4+\sqrt{56}}{2}\\ &= \frac{-4+2\sqrt{14}}{2}\\ &= \frac{-2_{\times 2}+1_{\times 2}\sqrt{14}}{1_{\times 2}}\\ &= -2+\sqrt{14}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -2-\sqrt{14}$ et $x_2 = -2+\sqrt{14}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$-2-\sqrt{14}$		$-2+\sqrt{14}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 6

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 5x - 14$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times (-14) = 81$ et $\sqrt{81} = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-5-\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{-5-\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{-5-9}{2}\\ &= \frac{-14}{2}\\ &= -7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-5+\sqrt{81}}{2\times 1} &= \frac{-5+\sqrt{81}}{2}\\ &= \frac{-5+9}{2}\\ &= \frac{4}{2}\\ &= 2\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -7$ et $x_2 = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -7 n'est pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		2		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	

▶2. Étudier le signe du polynôme $P = 11x^2 - 113x + 30$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-113)^2 - 4 \times 11 \times 30 = 11\,449$ et $\sqrt{11\,449} = 107$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-113) - \sqrt{11\,449}}{2 \times 11} = \frac{113 - \sqrt{11\,449}}{22} = \frac{113 - 107}{22} = \frac{6}{22} = \frac{3_{\times 2}}{11_{\times 2}} = \frac{3}{11}$$

$$\frac{-(-113) + \sqrt{11\,449}}{2 \times 11} = \frac{113 + \sqrt{11\,449}}{22} = \frac{113 + 107}{22} = \frac{220}{22} = 10$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{3}{11}$ et $x_2 = 10$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or 10 n'est pas dans $[-5\ ;\ 5]$. Ainsi

x	-5		$\dfrac{3}{11}$		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	

▶3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 5x - 4$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times 1 \times (-4) = 41$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-5 - \sqrt{41}}{2 \times 1} = \frac{-5 - \sqrt{41}}{2} \qquad \frac{-5 + \sqrt{41}}{2 \times 1} = \frac{-5 + \sqrt{41}}{2}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-5 - \sqrt{41}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{-5 + \sqrt{41}}{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$\dfrac{-5 - \sqrt{41}}{2}$		$\dfrac{-5 + \sqrt{41}}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 7

▶1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 8x - 9$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-8)^2 - 4 \times 1 \times (-9) = 100$ et $\sqrt{100} = 10$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-8)-\sqrt{100}}{2\times 1} &= \frac{8-\sqrt{100}}{2}\\ &= \frac{8-10}{2}\\ &= \frac{-2}{2}\\ &= -1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-8)+\sqrt{100}}{2\times 1} &= \frac{8+\sqrt{100}}{2}\\ &= \frac{8+10}{2}\\ &= \frac{18}{2}\\ &= 9\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -1$ et $x_2 = 9$.

x	0	5
$P(x)$	$+$	

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

►2. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 4x - 3$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times (-1) \times (-3) = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-4+\sqrt{4}}{2\times(-1)} &= \frac{-4+\sqrt{4}}{-2}\\ &= \frac{-4+2}{-2}\\ &= \frac{-2}{-2}\\ &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-4-\sqrt{4}}{2\times(-1)} &= \frac{-4-\sqrt{4}}{-2}\\ &= \frac{-4-2}{-2}\\ &= \frac{-6}{-2}\\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 1$ et $x_2 = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		1		3		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 4x - 9$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times (-9) = 52$ et $\sqrt{52} = 2\sqrt{13}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-4-\sqrt{52}}{2\times 1} &= \frac{-4-\sqrt{52}}{2}\\ &= \frac{-4-2\sqrt{13}}{2}\\ &= \frac{-2_{\times 2}-1_{\times 2}\sqrt{13}}{1_{\times 2}}\\ &= -2-\sqrt{13}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-4+\sqrt{52}}{2\times 1} &= \frac{-4+\sqrt{52}}{2}\\ &= \frac{-4+2\sqrt{13}}{2}\\ &= \frac{-2_{\times 2}+1_{\times 2}\sqrt{13}}{1_{\times 2}}\\ &= -2+\sqrt{13}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -2-\sqrt{13}$ et $x_2 = -2+\sqrt{13}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$-2-\sqrt{13}$		$-2+\sqrt{13}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	