Corrigé de l'exercice 1

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 13x + 42$ sur $I = [0~;~5]$.
Je calcule $\Delta = 13^2 - 4 \times 1 \times 42 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-13-\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{-13-\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{-13-1}{2}\\ &= \frac{-14}{2}\\ &= -7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-13+\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{-13+\sqrt{1}}{2}\\ &= \frac{-13+1}{2}\\ &= \frac{-12}{2}\\ &= -6\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -7$ et $x_2 = -6$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -7 et -6 ne sont pas dans $[0~;~5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = 11x^2 - 12x + 1$ sur $I = [-5~;~5]$.
Je calcule $\Delta = (-12)^2 - 4 \times 11 \times 1 = 100$ et $\sqrt{100} = 10$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-12)-\sqrt{100}}{2\times 11} &= \frac{12-\sqrt{100}}{22}\\ &= \frac{12-10}{22}\\ &= \frac{2}{22}\\ &= \frac{1_{\times 2}}{11_{\times 2}}\\ &= \frac{1}{11}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-12)+\sqrt{100}}{2\times 11} &= \frac{12+\sqrt{100}}{22}\\ &= \frac{12+10}{22}\\ &= \frac{22}{22}\\ &= 1\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{1}{11}$ et $x_2 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$\frac{1}{11}$		1		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 5x - 10$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 5^2 - 4 \times (-1) \times (-10) = -15$.
Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines. Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	$-\infty$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	

Corrigé de l'exercice 2

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 4x - 12$ sur $I = [0 \ ; \ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-12) = 64$ et $\sqrt{64} = 8$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-4)-\sqrt{64}}{2\times 1} &= \frac{4-\sqrt{64}}{2}\\ &= \frac{4-8}{2}\\ &= \frac{-4}{2}\\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-4)+\sqrt{64}}{2\times 1} &= \frac{4+\sqrt{64}}{2}\\ &= \frac{4+8}{2}\\ &= \frac{12}{2}\\ &= 6\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -2$ et $x_2 = 6$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or $2 - 2\sqrt{2}$ n'est pas dans $[0 \ ; \ 5]$. Ainsi

x	0		$2+2\sqrt{2}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = 4x^2 - 43x + 63$ sur $I = [-5 \ ; \ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-43)^2 - 4 \times 4 \times 63 = 841$ et $\sqrt{841} = 29$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-43)-\sqrt{841}}{2\times 4} &= \frac{43-\sqrt{841}}{8}\\ &= \frac{43-29}{8}\\ &= \frac{14}{8}\\ &= \frac{7_{\times 2}}{4_{\times 2}}\\ &= \frac{7}{4}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-43)+\sqrt{841}}{2\times 4} &= \frac{43+\sqrt{841}}{8}\\ &= \frac{43+29}{8}\\ &= \frac{72}{8}\\ &= 9\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{7}{4}$ et $x_2 = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or 9 n'est pas dans $[-5 \ ; \ 5]$. Ainsi

x	-5		$\frac{7}{4}$		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 7x - 7$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 7^2 - 4 \times 1 \times (-7) = 77$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-7-\sqrt{77}}{2\times 1} = \frac{-7-\sqrt{77}}{2}$$

$$\frac{-7+\sqrt{77}}{2\times 1} = \frac{-7+\sqrt{77}}{2}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-7-\sqrt{77}}{2}$ et $x_2 = \dfrac{-7+\sqrt{77}}{2}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$\dfrac{-7-\sqrt{77}}{2}$		$\dfrac{-7+\sqrt{77}}{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 3

▶1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 2x - 63$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times (-63) = 256$ et $\sqrt{256} = 16$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-2-\sqrt{256}}{2\times 1} = \frac{-2-\sqrt{256}}{2} = \frac{-2-16}{2} = \frac{-18}{2} = -9$$

$$\frac{-2+\sqrt{256}}{2\times 1} = \frac{-2+\sqrt{256}}{2} = \frac{-2+16}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

Les racines de P sont $x_1 = -9$ et $x_2 = 7$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -9 et 7 ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$-$	

▶2. Étudier le signe du polynôme $P = -5x^2 + 17x - 14$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 17^2 - 4 \times (-5) \times (-14) = 9$ et $\sqrt{9} = 3$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-17+\sqrt{9}}{2\times(-5)} = \frac{-17+\sqrt{9}}{-10} = \frac{-17+3}{-10} = \frac{-14}{-10} = \frac{7_{\times(-2)}}{5_{\times(-2)}} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{-17-\sqrt{9}}{2\times(-5)} = \frac{-17-\sqrt{9}}{-10} = \frac{-17-3}{-10} = \frac{-20}{-10} = 2$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{7}{5}$ et $x_2 = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$\dfrac{7}{5}$		2		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

▶3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 3x - 10$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 3^2 - 4 \times (-1) \times (-10) = -31$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines. Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	$-\infty$	$+\infty$
$P(x)$	$-$	

Corrigé de l'exercice 4

▶1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 16x + 64$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 16^2 - 4 \times 1 \times 64 = 0$.
Comme $\Delta = 0$, $P(x)$ a une seule racine $x_0 = \dfrac{-16}{2 \times 1} = -8$.
Comme $\Delta = 0$, $P(x)$ s'annule une seule fois pour $x_0 = -8$ et est toujours du signe de a.
Or -8 n'est pas dans l'intervalle $[0\ ;\ 5]$ donc

x	0	5
$P(x)$	$+$	

▶2. Étudier le signe du polynôme $P = 3x^2 + 4x - 4$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times 3 \times (-4) = 64$ et $\sqrt{64} = 8$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-4-\sqrt{64}}{2\times 3} &= \frac{-4-\sqrt{64}}{6}\\ &= \frac{-4-8}{6}\\ &= \frac{-12}{6}\\ &= -2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-4+\sqrt{64}}{2\times 3} &= \frac{-4+\sqrt{64}}{6}\\ &= \frac{-4+8}{6}\\ &= \frac{4}{6}\\ &= \frac{2_{\times 2}}{3_{\times 2}}\\ &= \frac{2}{3}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -2$ et $x_2 = \dfrac{2}{3}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		-2		$\frac{2}{3}$		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

▶3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 6x - 8$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times (-1) \times (-8) = 4$ et $\sqrt{4} = 2$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-6+\sqrt{4}}{2\times (-1)} &= \frac{-6+\sqrt{4}}{-2}\\ &= \frac{-6+2}{-2}\\ &= \frac{-4}{-2}\\ &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-6-\sqrt{4}}{2\times (-1)} &= \frac{-6-\sqrt{4}}{-2}\\ &= \frac{-6-2}{-2}\\ &= \frac{-8}{-2}\\ &= 4\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 2$ et $x_2 = 4$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Corrigé de l'exercice 5

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - x - 72$ sur $I = [0 \ ; \ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-72) = 289$ et $\sqrt{289} = 17$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-1)-\sqrt{289}}{2\times 1} &= \frac{1-\sqrt{289}}{2}\\ &= \frac{1-17}{2}\\ &= \frac{-16}{2}\\ &= -8\end{aligned}\qquad\qquad \begin{aligned}\frac{-(-1)+\sqrt{289}}{2\times 1} &= \frac{1+\sqrt{289}}{2}\\ &= \frac{1+17}{2}\\ &= \frac{18}{2}\\ &= 9\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -8$ et $x_2 = 9$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or $\dfrac{1-\sqrt{287}}{2}$ et $\dfrac{1+\sqrt{287}}{2}$ ne sont pas dans $[0 \ ; \ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$-$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = 11x^2 - 7x - 4$ sur $I = [-5 \ ; \ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-7)^2 - 4 \times 11 \times (-4) = 225$ et $\sqrt{225} = 15$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-7)-\sqrt{225}}{2\times 11} &= \frac{7-\sqrt{225}}{22}\\ &= \frac{7-15}{22}\\ &= \frac{-8}{22}\\ &= \frac{-4_{\times 2}}{11_{\times 2}}\\ &= \frac{-4}{11}\end{aligned}\qquad\qquad \begin{aligned}\frac{-(-7)+\sqrt{225}}{2\times 11} &= \frac{7+\sqrt{225}}{22}\\ &= \frac{7+15}{22}\\ &= \frac{22}{22}\\ &= 1\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = \dfrac{-4}{11}$ et $x_2 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\frac{4}{11}$		1		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

►3. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 + 6x - 1$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 6^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 40$ et $\sqrt{40} = 2\sqrt{10}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-6-\sqrt{40}}{2\times 1} &= \frac{-6-\sqrt{40}}{2} \\ &= \frac{-6-2\sqrt{10}}{2} \\ &= \frac{-3_{\times 2}-1_{\times 2}\sqrt{10}}{1_{\times 2}} \\ &= -3-\sqrt{10}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-6+\sqrt{40}}{2\times 1} &= \frac{-6+\sqrt{40}}{2} \\ &= \frac{-6+2\sqrt{10}}{2} \\ &= \frac{-3_{\times 2}+1_{\times 2}\sqrt{10}}{1_{\times 2}} \\ &= -3+\sqrt{10}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -3-\sqrt{10}$ et $x_2 = -3+\sqrt{10}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$-3-\sqrt{10}$		$-3+\sqrt{10}$		$+\infty$
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Corrigé de l'exercice 6

►1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 5x + 6$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-5)^2 - 4\times 1\times 6 = 1$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-(-5)-\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{5-\sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{5-1}{2} \\ &= \frac{4}{2} \\ &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-(-5)+\sqrt{1}}{2\times 1} &= \frac{5+\sqrt{1}}{2} \\ &= \frac{5+1}{2} \\ &= \frac{6}{2} \\ &= 3\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 2$ et $x_2 = 3$.

Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$+$	

►2. Étudier le signe du polynôme $P = 6x^2 + 53x + 40$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = 53^2 - 4\times 6\times 40 = 1\,849$ et $\sqrt{1\,849} = 43$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned}\frac{-53-\sqrt{1\,849}}{2\times 6} &= \frac{-53-\sqrt{1\,849}}{12} \\ &= \frac{-53-43}{12} \\ &= \frac{-96}{12} \\ &= -8\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{-53+\sqrt{1\,849}}{2\times 6} &= \frac{-53+\sqrt{1\,849}}{12} \\ &= \frac{-53+43}{12} \\ &= \frac{-10}{12} \\ &= \frac{-5_{\times 2}}{6_{\times 2}} \\ &= \frac{-5}{6}\end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = -8$ et $x_2 = \frac{-5}{6}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or -8 n'est pas dans $[-5\ ;\ 5]$. Ainsi

x	-5		$-\frac{5}{6}$		5
$P(x)$		$-$	0	$+$	

▶3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + x - 8$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 1^2 - 4 \times (-1) \times (-8) = -31$.
Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ n'a pas de racines. Comme $\Delta < 0$, $P(x)$ ne s'annule pas et est toujours du signe de a Ainsi

x	$-\infty$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	

Corrigé de l'exercice 7

▶1. Étudier le signe du polynôme $P = x^2 - 4x - 32$ sur $I = [0\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-32) = 144$ et $\sqrt{144} = 12$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-4) - \sqrt{144}}{2 \times 1} = \frac{4 - \sqrt{144}}{2} = \frac{4 - 12}{2} = \frac{-8}{2} = -4$$

$$\frac{-(-4) + \sqrt{144}}{2 \times 1} = \frac{4 + \sqrt{144}}{2} = \frac{4 + 12}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

Les racines de P sont $x_1 = -4$ et $x_2 = 8$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines.
Or $2 - 2\sqrt{7}$ et $2 + 2\sqrt{7}$ ne sont pas dans $[0\ ;\ 5]$. Ainsi

x	0		5
$P(x)$		$-$	

▶2. Étudier le signe du polynôme $P = 32x^2 - 28x - 9$ sur $I = [-5\ ;\ 5]$.
Je calcule $\Delta = (-28)^2 - 4 \times 32 \times (-9) = 1\,936$ et $\sqrt{1\,936} = 44$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\frac{-(-28) - \sqrt{1\,936}}{2 \times 32} = \frac{28 - \sqrt{1\,936}}{64} = \frac{28 - 44}{64} = \frac{-16}{64} = \frac{-1_{\times 16}}{4_{\times 16}} = \frac{-1}{4}$$

$$\frac{-(-28) + \sqrt{1\,936}}{2 \times 32} = \frac{28 + \sqrt{1\,936}}{64} = \frac{28 + 44}{64} = \frac{72}{64} = \frac{9_{\times 8}}{8_{\times 8}} = \frac{9}{8}$$

Les racines de P sont $x_1 = \frac{-1}{4}$ et $x_2 = \frac{9}{8}$.

Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	-5		$-\dfrac{1}{4}$		$\dfrac{9}{8}$		5
$P(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

▶3. Étudier le signe du polynôme $P = -x^2 + 4x + 4$ sur $I = \mathbb{R}$.
Je calcule $\Delta = 4^2 - 4 \times (-1) \times 4 = 32$ et $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ a deux racines :

$$\begin{aligned} \frac{-4+\sqrt{32}}{2\times(-1)} &= \frac{-4+\sqrt{32}}{-2} \\ &= \frac{-4+4\sqrt{2}}{-2} \\ &= \frac{2_{\times(-2)} - 2_{\times(-2)}\sqrt{2}}{1_{\times(-2)}} \\ &= 2-2\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{-4-\sqrt{32}}{2\times(-1)} &= \frac{-4-\sqrt{32}}{-2} \\ &= \frac{-4-4\sqrt{2}}{-2} \\ &= \frac{2_{\times(-2)} + 2_{\times(-2)}\sqrt{2}}{1_{\times(-2)}} \\ &= 2+2\sqrt{2} \end{aligned}$$

Les racines de P sont $x_1 = 2-2\sqrt{2}$ et $x_2 = 2+2\sqrt{2}$.
Comme $\Delta > 0$, $P(x)$ est du signe de $-a$ entre les racines. Ainsi

x	$-\infty$		$2-2\sqrt{2}$		$2+2\sqrt{2}$		$+\infty$
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	