Corrigé du baccalauréat ES Pondichéry 4 mai 2018

Exercice 1 **5 points**

Commun à tous les candidats

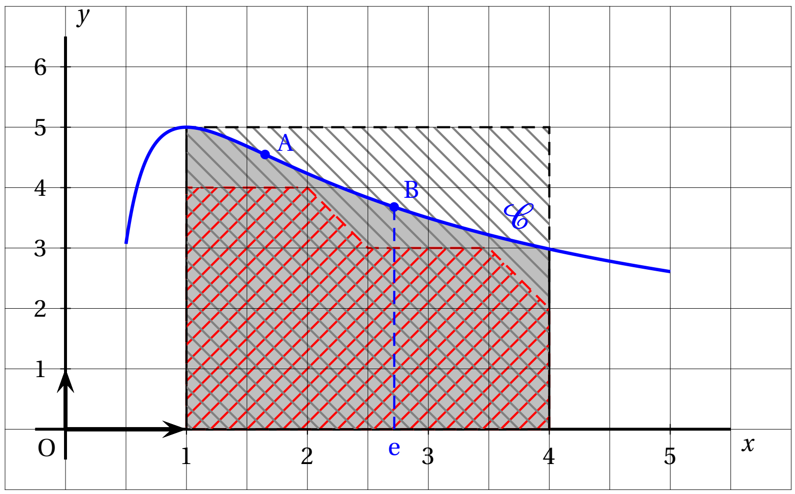
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0{,}5\,;\,5]$ par : $f(x) = \dfrac{5+5\ln x}{x}$.

Sa représentation graphique est la courbe $\mathscr{C}$ donnée ci-dessous dans un repère d'origine O. On admet que le point A placé sur le graphique est le seul point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}$ sur l'intervalle $[0{,}5\,;\,5]$.

On note B le point de cette courbe d'abscisse e.

On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur cet intervalle.

On rappelle que f' désigne la fonction dérivée de la fonction f et f'' sa fonction dérivée seconde.



On admet que pour tout x de l'intervalle $[0{,}5\,;\,5]$ on a : $f'(x) = \dfrac{-5\ln x}{x^2}$ et $f''(x) = \dfrac{10\ln x - 5}{x^3}$.

1. La fonction f' est :

   a. positive ou nulle sur l'intervalle $[0{,}5\,;\,5]$

   b. négative ou nulle sur l'intervalle $[1\,;\,5]$

   c. négative ou nulle sur l'intervalle $[0{,}5\,;\,1]$

   Réponse b

   Sur l'intervalle $[0{,}5\,;\,5]$, la fonction f' a le même signe que $-5\ln x$.
   Or $x \geqslant 1 \iff \ln x \geqslant 0$, donc f' est négative sur $[1\,;\,5]$.

2. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}$ au point B est égal à :

   a. $-\dfrac{5}{\mathrm{e}^2}$ **b.** $\dfrac{10}{\mathrm{e}}$ **c.** $\dfrac{5}{\mathrm{e}^3}$

   Réponse a

   D'après la courbe tracée, le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point B est négatif ; la seule réponse possible est la réponse a.

   On peut aussi calculer ce coefficient directeur qui vaut $f'(\mathrm{e}) = -\dfrac{5\ln \mathrm{e}}{\mathrm{e}^2} = -\dfrac{5}{\mathrm{e}^2}$.

3. La fonction f' est :

   a. croissante sur l'intervalle $[0{,}5\,;\,1]$

   b. décroissante sur l'intervalle $[1\,;\,5]$

c. croissante sur l'intervalle $[2\,;5]$

Réponse c

> Le sens de variation de la fonction f' sur l'intervalle [0,5 ; 5] dépend du signe de la fonction f'' sur cet intervalle, c'est-à-dire du signe de $10\ln x - 5$.
> $10\ln x - 5 \geqslant 0 \iff 10\ln x \geqslant 5 \iff \ln x \geqslant 0{,}5 \iff x \geqslant \mathrm{e}^{0{,}5}$
> Donc $f''(x) \geqslant 0$ sur $\left[\mathrm{e}^{0{,}5}\ ;\ 5\right]$ donc sur [2 ; 5] car $\mathrm{e}^{0{,}5} \approx 1{,}65 < 2$.

4. La valeur exacte de l'abscisse du point A de la courbe $\mathscr{C}$ est égale à :

a. 1,65 **b.** 1,6 **c.** $\mathrm{e}^{0{,}5}$

Réponse c

> Le point A est l'unique point d'inflexion de la courbe $\mathscr{C}$ sur l'intervalle étudié donc l'abscisse de A est l'unique solution de l'équation $f''(x) = 0$ sur [0,5 ; 5].
> $f''(x) = 0 \iff \dfrac{10\ln x - 5}{x^3} = 0 \iff 10\ln x - 5 = 0 \iff \ln x = 0{,}5 \iff x = \mathrm{e}^{0{,}5}$;
> donc $x_{\text{A}} = \mathrm{e}^{0{,}5}$ ou $\sqrt{\mathrm{e}}$.

5. On note $\mathscr{A}$ l'aire, mesurée en unités d'aire, du domaine plan délimité par la courbe $\mathscr{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 4$. Cette aire vérifie :

a. $20 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 30$ **b.** $10 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 15$ **c.** $5 \leqslant \mathscr{A} \leqslant 8$

Réponse b.

> Le domaine plan a été grisé sur le graphique; en comptant le nombre de carreaux du polygone hachuré en rouge et du rectangle hachuré en gris, on obtient le bon encadrement de l'aire du domaine grisé.
> Attention : chaque carreau a une aire égale à 0,5 unité d'aire.

Exercice 2 **5 points**
Commun à tous les candidats

Partie A

Un commerçant dispose dans sa boutique d'un terminal qui permet à ses clients, s'ils souhaitent régler leurs achats par carte bancaire, d'utiliser celle-ci en mode sans contact (quand le montant de la transaction est inférieur ou égal à 30 €) ou bien en mode code secret (quel que soit le montant de la transaction).
Il remarque que :
- 80 % de ses clients règlent des sommes inférieures ou égales à 30 €. Parmi eux :
  - 40 % paient en espèces;
  - 40 % paient avec une carte bancaire en mode sans contact;
  - les autres paient avec une carte bancaire en mode code secret.
- 20 % de ses clients règlent des sommes strictement supérieures à 30 €. Parmi eux :
  - 70 % paient avec une carte bancaire en mode code secret;
  - les autres paient en espèces.

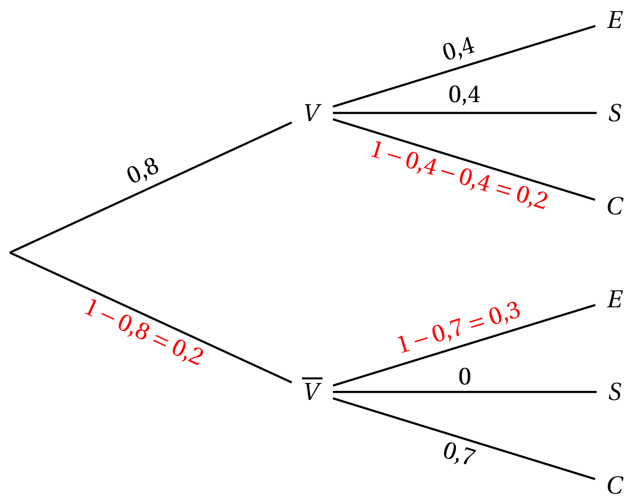
On interroge au hasard un client qui vient de régler un achat dans la boutique.

On considère les évènements suivants :
- V : « pour son achat, le client a réglé un montant inférieur ou égal à 30 € »;
- E : « pour son achat, le client a réglé en espèces »;
- C : « pour son achat, le client a réglé avec sa carte bancaire en mode code secret »;
- S : « pour son achat, le client a réglé avec sa carte bancaire en mode sans contact ».

1. **a.** D'après le texte, 80 % de ses clients règlent des sommes inférieures ou égales à 30 €, donc $P(V) = 0{,}8$.

   D'après le texte, parmi ces 80 % qui règlent des sommes inférieures ou égales à 30 €, 40 % paient avec une carte bancaire en mode sans contact ; donc $P_V(S) = 0{,}4$.

   b. On traduit la situation de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré :



2. **a.** Pour son achat, le client a réglé un montant inférieur ou égal à 30 € et il a utilisé sa carte bancaire en mode sans contact est l'événement $V \cap S$:

   $P(V \cap S) = P(V) \times P_V(S) = 0{,}8 \times 0{,}4 = 0{,}32$.

   b. Pour son achat, le client a réglé avec sa carte bancaire en utilisant l'un des deux modes, est l'événement $C \cup S$; les événements C et S étant incompatibles, $P(C \cup S) = P(C) + P(S)$.

   D'après la formule des probabilités totales :

   $P(C) = P(V \cap C) + P\left(\overline{V} \cap C\right) = P(V) \times P_V(C) + P\left(\overline{V}\right) \times P_{\overline{V}}(C) = 0{,}8 \times 0{,}2 + 0{,}2 \times 0{,}7 = 0{,}3$

   $P(S) = P(V \cap S) + P\left(\overline{V} \cap S\right) = P(V) \times P_V(S) + P\left(\overline{V}\right) \times P_{\overline{V}}(S) = 0{,}8 \times 0{,}4 + 0{,}2 \times 0 = 0{,}32$

   On a donc $P(C \cup S) = P(C) + P(S) = 0{,}3 + 0{,}32 = 0{,}62$.

   Remarque - On aurait pu obtenir la probabilité demandée en passant par l'événement contraire : « payer en espèces ».

Partie B

On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur la dépense en euros d'un client suite à un achat chez ce commerçant. On admet que X suit la loi normale de moyenne 27,5 et d'écart-type 3. On interroge au hasard un client qui vient d'effectuer un achat dans la boutique.

1. La probabilité que ce client ait dépensé moins de 30 € est $P(X \leqslant 30) \approx 0{,}80$ à 0,01 près (obtenu à la calculatrice).
2. La probabilité que ce client ait dépensé entre 24,50 € et 30,50 € est $P(24{,}5 \leqslant X \leqslant 30{,}5) \approx 0{,}68$ à 0,01 près.

   C'est un résultat du cours : $P(\mu - \sigma \leqslant X \leqslant \mu + \sigma) \approx 0{,}68$.

Partie C

Une enquête de satisfaction a été réalisée auprès d'un échantillon de 200 clients de cette boutique. Parmi eux, 175 trouvent que le dispositif sans contact du terminal est pratique, ce qui fait une fréquence dans l'échantillon de $f = \dfrac{175}{200} = 0{,}875$.

$n = 200 \geqslant 30$, $nf = 200 \times 0{,}875 = 175 \geqslant 5$ et $n(1-f) = 200 \times 0{,}125 = 25 \geqslant 5$, donc on peut déterminer, avec un niveau de confiance de 0,95, l'intervalle de confiance de la proportion p de clients qui trouvent que le dispositif sans contact est pratique :

$$I = \left[f - \frac{1}{\sqrt{n}}, f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right] = \left[0{,}875 - \frac{1}{\sqrt{200}}\ ;\ 0{,}875 + \frac{1}{\sqrt{200}}\right] \approx [0{,}80\ ;\ 0{,}95]$$

Exercice 3 **5 points**

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité et candidats de L

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 65$ et pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = 0{,}8u_n + 18$.

1. $u_1 = 0{,}8u_0 + 18 = 0{,}8 \times 65 + 18 = 52 + 18 = 70$ et $u_2 = 0{,}8u_1 + 18 = 0{,}8 \times 70 + 18 = 56 + 18 = 74$.
2. Pour tout entier naturel n, on pose : $v_n = u_n - 90$; donc $u_n = v_n + 90$.
   a. $v_{n+1} = u_{n+1} - 90 = 0{,}8u_n + 18 - 90 = 0{,}8(v_n + 90) - 72 = 0{,}8v_n + 72 - 72 = 0{,}8v_n$
   $v_0 = u_0 - 90 = 65 - 90 = -25$.
   Donc la suite (v_n) est géométrique de raison $q = 0{,}8$ et de premier terme $v_0 = -25$.
   b. La suite (v_n) est géométrique de raison $q = 0{,}8$ et de premier terme $v_0 = -25$ donc, pour tout entier naturel n, $v_n = v_0 \times q^n = -25 \times 0{,}8^n$.
   Or $u_n = v_n + 90$ donc, pour tout entier naturel n, $u_n = 90 - 25 \times 0{,}8^n$.
3. On considère l'algorithme ci-dessous :

ligne 1	$u \leftarrow 65$
ligne 2	$n \leftarrow 0$
ligne 3	Tant que ....
ligne 4	$\quad n \leftarrow n+1$
ligne 5	$\quad u \leftarrow 0{,}8 \times u + 18$
ligne 6	Fin Tant que

   a. Pour que l'algorithme détermine le plus petit entier naturel n tel que $u_n \geqslant 85$, il faut le faire tourner tant que u_n est strictement inférieur à 85 ; la ligne 3 est donc :

ligne 3	Tant que $u < 85$

   b. En calculant à la calculatrice les termes successifs de la suite (u_n), on trouve (valeurs arrondies au dixième) :

0	1	2	3	4	5	6	7	8
65	70	74	77,2	79,8	81,8	83,4	84,8	85,8

   La valeur de n à la fin de l'exécution de l'algorithme est donc 8.

   c. On résout l'inéquation $u_n \geqslant 85$:
   $u_n \geqslant 85 \iff 90 - 25 \times 0{,}8^n \geqslant 85 \iff 5 \geqslant 25 \times 0{,}8^n \iff 0{,}2 \geqslant 0{,}8^n$

   $$\iff \ln 0{,}2 \geqslant \ln\left(0{,}8^n\right) \iff \ln 0{,}2 \geqslant n \times \ln 0{,}8 \iff \frac{\ln 0{,}2}{\ln 0{,}8} \leqslant n \text{ car } \ln 0{,}8 < 0.$$

   $\dfrac{\ln 0{,}2}{\ln 0{,}8} \approx 7{,}21$ donc on retrouve $n = 8$ comme première valeur pour laquelle u_n dépasse 85.

4. La société Biocagette propose la livraison hebdomadaire d'un panier bio qui contient des fruits et des légumes de saison issus de l'agriculture biologique. Les clients ont la possibilité de souscrire un abonnement de 52 € par mois qui permet de recevoir chaque semaine ce panier bio. En juillet 2017, 65 particuliers ont souscrit cet abonnement.

Les responsables de la société Biocagette font les hypothèses suivantes :

- d'un mois à l'autre, environ 20 % des abonnements sont résiliés ;
- chaque mois, 18 particuliers supplémentaires souscrivent à l'abonnement.

a. En juillet 2017, il y avait 65 particuliers qui avaient souscrit l'abonnement, ce qui correspond au terme de rang 0 de la suite (u_n).

Chaque mois, 20 % des abonnements sont résiliés, donc il en reste 80 %.

Prendre 80 %, c'est multiplier par 0,8 ; il faudra donc multiplier par 0,8.

Comme 18 particuliers supplémentaires souscrivent à l'abonnement, il faudra ensuite ajouter 18.

On passe d'un mois n au mois suivant $n+1$ en multipliant par 0,8 puis en ajoutant 18 donc la suite (u_n) définie par $u_0 = 65$ et, pour tout n, par $u_{n+1} = 0{,}8u_n + 18$ modélise le nombre d'abonnés au panier bio.

b. Chaque abonnement coûte 52 € par mois ; le recette mensuelle le mois n est donc en euro de $52u_n$.

On cherche donc n pour que $52u_n$ dépasse 4 420 €. On résout l'inéquation :

$52u_n > 4420 \iff u_n > 85 \iff n \geqslant 8$ (voir questions précédentes).

La recette mensuelle dépassera 4 420 € à partir de $n = 8$.

Sachant que $n = 0$ correspond au mois de juillet 2017, c'est donc à partir de mars 2018 que la recette mensuelle dépassera 4 420 €.

c. La suite (v_n) est géométrique de raison 0,8 ; or $0 < 0{,}8 < 1$ donc la suite (v_n) est convergente et a pour limite 0.

Pour tout n, $u_n = v_n + 90$ donc la suite (u_n) a pour limite 90.

La recette étant de $52u_n$ pour le mois n, la recette mensuelle tend vers $52 \times 90 = 4680$ €.

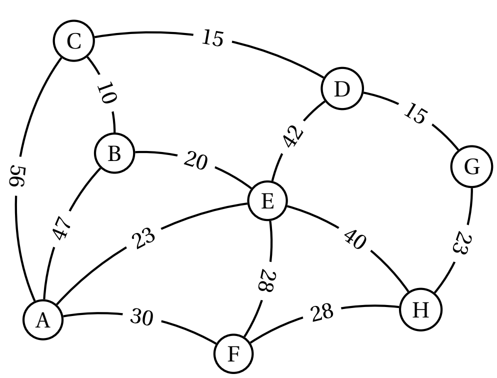
Exercice 3 **5 points**

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie A

Le graphe pondéré ci-dessous représente les différents lieux A, B, C, D, E, F, G et H dans lesquels Louis est susceptible de se rendre chaque jour. Le lieu A désigne son domicile et G le lieu de son site de travail.

Le poids de chaque arête représente la distance, en kilomètres, entre les deux lieux reliés par l'arête.



On détermine le chemin le plus court qui permet à Louis de relier son domicile à son travail en utilisant l'algorithme de Dijkstra :

A	B	C	D	E	F	G	H	On garde
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	A
	47 A	56 A	∞	23 A	30 A	∞	∞	E
	~~47 A~~ 43 E	56 A	65 E		30 A ~~51 E~~	∞	63 E	F
	43 E	56 A	65 E			∞	~~63 E~~ 58 F	B
		~~56 A~~ 53 B	65 E			∞	58 F	C
			65 E ~~68 C~~			∞	58 F	H
			65 E			81 H		D
						~~81 H~~ 80 D		G

Le chemin le plus court pour aller de A à G est : A $\xrightarrow{23}$ E $\xrightarrow{42}$ D $\xrightarrow{15}$ G; sa longueur est de 80 km.

Partie B

> *Remarque : pour la cohérence de cette partie, il convient de considérer que Louis ne fait qu'un trajet par jour ou qu'il garde le même mode de transport tout au long d'une journée.*

Afin de réduire son empreinte énergétique, Louis décide d'utiliser lors de ses trajets quotidiens soit les transports en commun, soit le covoiturage.

- s'il a utilisé les transports en commun lors d'un trajet, il utilisera le covoiturage lors de son prochain déplacement avec une probabilité de 0,53;
- s'il a utilisé le covoiturage lors d'un trajet, il effectuera le prochain déplacement en transport en commun avec une probabilité de 0,78.

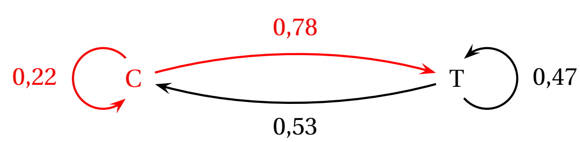
Louis décide de mettre en place ces résolutions au 1$^{\text{er}}$ janvier 2018.
Pour tout entier naturel n, on note :

- c_n la probabilité que Louis utilise le covoiturage n jour(s) après le 1$^{\text{er}}$ janvier 2018;
- t_n la probabilité que Louis utilise les transports en commun n jour(s) après le 1$^{\text{er}}$ janvier 2018;

La matrice ligne $P_n = \begin{pmatrix}c_n & t_n\end{pmatrix}$ traduit l'état probabiliste n jour(s) après le 1$^{\text{er}}$ janvier 2018.
Le 1$^{\text{er}}$ janvier 2018, Louis décide d'utiliser le covoiturage.

1. **a.** Le 1$^{\text{er}}$ janvier 2018, Louis décide d'utiliser le covoiturage, donc $c_0 = 1$, $t_0 = 0$ et $P_0 = \begin{pmatrix}1 & 0\end{pmatrix}$.

   b. On traduit les données de l'énoncé par un graphe probabiliste de sommets C et T :



2. Le graphe précédent est équivalent au système : $\left\{\begin{array}{rcl} c_{n+1} & = & 0,22\,c_n + 0,53\,t_n \\ t_{n+1} & = & 0,78\,c_n + 0,47\,t_n \end{array}\right.$

   qui s'écrit sous forme matricielle : $\begin{pmatrix}c_{n+1} & t_{n+1}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}c_n & t_n\end{pmatrix} \begin{pmatrix}0,22 & 0,78\\ 0,53 & 0,47\end{pmatrix}$

La matrice de transition du graphe probabiliste est donc $M = \begin{pmatrix}0,22 & 0,78\\0,53 & 0,47\end{pmatrix}$.

3. $P_1 = P_0 \times M = \begin{pmatrix}1 & 0\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}0,22 & 0,78\\0,53 & 0,47\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0,22 & 0,78\end{pmatrix}$

$P_2 = P_1 \times M = \begin{pmatrix}0,22 & 0,78\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}0,22 & 0,78\\0,53 & 0,47\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0,461\,8 & 0,538\,7\end{pmatrix}$

On peut donc dire qu'au bout de 2 jours, la probabilité que Louis a d'utiliser le covoiturage est de 0,461 8 soit 46,18 %, et celle d'utiliser les transports en commun de 0,538 7 soit 53,87 %.

4. Soit la matrice ligne $P = \begin{pmatrix}x & y\end{pmatrix}$ associée à l'état stable du graphe probabiliste.

a. L'état stable $P = \begin{pmatrix}x & y\end{pmatrix}$ vérifie d'une part $P \times M = P$, et d'autre part $x + y = 1$.

$P \times M = P \iff \begin{pmatrix}x & y\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}0,22 & 0,78\\0,53 & 0,47\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x & y\end{pmatrix} \iff \left\{\begin{array}{rcl}0,22\,x + 0,53\,y & = & x\\0,78\,x + 0,47\,y & = & y\end{array}\right.$

$$\iff \left\{\begin{array}{rcl}-0,78\,x + 0,53\,y & = & 0\\0,78\,x - 0,53\,y & = & 0\end{array}\right. \iff 0,78\,x - 0,53\,y = 0 \iff 78x - 53y = 0$$

On résout le système :

$$\left\{\begin{array}{rcl}78x - 53y & = & 0\\x + y & = & 1\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{rcl}78x - 53(1-x) & = & 0\\x + y & = & 1\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{rcl}131x & = & 53\\y & = & 1 - x\end{array}\right. \iff \left\{\begin{array}{rcl}x & = & \dfrac{53}{131}\\y & = & \dfrac{78}{131}\end{array}\right.$$

L'état stable est donc $P = \begin{pmatrix}\dfrac{53}{131} & \dfrac{78}{131}\end{pmatrix}$.

b. Selon ce modèle, à long terme, Louis utilisera le covoiturage avec une probabilité de $\dfrac{53}{131}$ soit environ 40 % du temps, donc moins souvent que les transports en commun.

Exercice 4 **5 points**
Commun à tous les candidats

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ par : $f(x) = (3,6x + 2,4)\,\mathrm{e}^{-0,6x} - 1,4$.

Partie A

On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0\,;\,4]$ et on note f' sa fonction dérivée.

1. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;\,4]$ on a :
$f'(x) = 3,6\,\mathrm{e}^{-0,6x} + (3,6x+2,4) \times (-0,6)\,\mathrm{e}^{-0,6x} = (3,6-2,16x-1,44)\,\mathrm{e}^{-0,6x} = (-2,16x+2,16)\,\mathrm{e}^{-0,6x}$

2. a. Pour tout x, $\mathrm{e}^{-0,6x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-2,16x + 2,16$ sur $[0\,;\,4]$:

- $f'(x) > 0$ pour $x \in [0\,;\,1[$;
- $f'(1) = 0$;
- $f'(x) < 0$ pour $x \in]1\,;\,4]$.

b. $f(0) = 2,4\,\mathrm{e}^{0} - 1,4 = 1$, $f(1) = 6\,\mathrm{e}^{-0,6} - 1,4 \approx 1,89$ et $f(4) = 16,8\,\mathrm{e}^{-2,4} - 1,4 \approx 0,12$

On dresse le tableau de variations de la fonction f :

x	0		1		4
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$	1	↗	1,89	↘	0,12

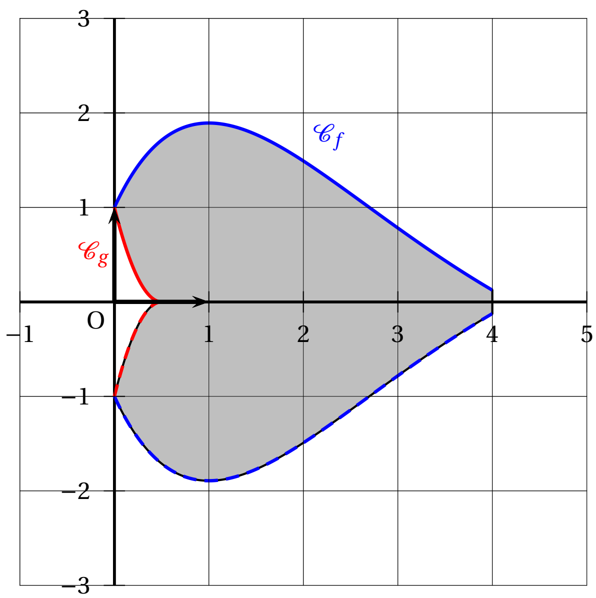
3. On admet que la fonction F définie par : $F(x) = (-6x - 14)\,\mathrm{e}^{-0,6x} - 1,4x$ est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;4]$.

D'après le cours, la valeur exacte de $\displaystyle\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x$ est égale à

$F(4) - F(0) = \left((-24-14)\,\mathrm{e}^{-2,4} - 5,6\right) - \left((-14)\,\mathrm{e}^{0} - 0\right) = 8,4 - 38\,\mathrm{e}^{-2,4} \approx 4,95$.

Partie B

On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;4]$.
On considère la fonction g définie par : $g(x) = 4x^2 - 4x + 1$.
On note $\mathscr{C}_g$ la courbe représentative de cette fonction sur l'intervalle $[0\,;0,5]$.
On a tracé ci-dessous les courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ dans un repère d'origine O et, en pointillés, les courbes obtenues par symétrie de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ par rapport à l'axe des abscisses :



1. La fonction g a pour primitive la fonction G définie par $G(x) = \dfrac{4x^3}{3} - 2x^2 + x$.

Donc $\displaystyle\int_0^{0,5} g(x)\,\mathrm{d}x = G(0,5) - G(0) = \left(\frac{4\times 0,125}{3} - 2\times 0,25 + 0,5\right) - 0 = \frac{0,5}{3} = \frac{1}{6}$.

2. On considère le domaine plan délimité par les courbes $\mathscr{C}_f$, $\mathscr{C}_g$, leurs courbes symétriques (en pointillés) ainsi que la droite d'équation $x = 4$.

Ce domaine apparaît grisé sur la figure ci-dessus.

La partie du domaine grisé située au-dessus de l'axe des abscisses a pour aire, en unités d'aire :

$\displaystyle\int_0^4 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_0^{0,5} g(x)\,\mathrm{d}x = 8,4 - 38\,\mathrm{e}^{-2,4} - \frac{1}{6} = \frac{247}{30} - 38\,\mathrm{e}^{-2,4}$.

C'est la moitié de l'aire du domaine grisé complet qui a donc pour aire, en unité d'aire :

$2\times\left(\dfrac{247}{30} - 38\,\mathrm{e}^{-2,4}\right) = \dfrac{247}{15} - 76\,\mathrm{e}^{-2,4} \approx 9,57$.