∽ Corrigé du brevet Asie 18 juin 2024 ∾

Exercice 1 : 20 points

Bien qu'on ne demande pas de justification sur votre copie, on en donne dans ce corrigé.

Question 1 Le nombre premier est 37 : **réponse C**.
En effet :

- 1 n'est pas premier, il n'a qu'un seul diviseur entier naturel;
- 21 est divisible par 1, 3, 7 et 21 : il a plus de deux diviseurs entiers naturels;
- 54 est divisible, entre autres, par 1, 2 et 54 (il y a 8 diviseurs entiers naturels, en tout) : il a plus de deux diviseurs entiers naturels.

Contrairement à tous les autres nombres, 37 a exactement deux diviseurs naturels : 1 et 37.

Question 2 L'aire totale du patron est de $150\,\text{cm}^2$: **réponse B**.
En effet un cube a six faces, chaque face étant un carré dont le côté est l'arête du cube, donc ici 5 cm.
Chaque face a une aire de : $5^2 = 25\,(\text{cm}^2)$.
L'ensemble des six faces a donc une aire totale de : $6 \times 25 = 150\,(\text{cm}^2)$.

Question 3 Une forme factorisée de l'expression est $(2x-3)(2x+3)$: **réponse B**.
Dans l'expression littérale $4x^2-9$ on reconnaît une identité remarquable :

$$\begin{aligned} 4x^2-9 &= (2x)^2-3^2 \\ &= \big((2x)-3\big)\big((2x)+3\big) \\ &= (2x-3)(2x+3) \end{aligned}$$

Question 4 La largeur de l'écran est d'environ 62 cm : **réponse A**.
Si la longueur et la largeur ℓ de l'écran sont dans le ratio 16 : 9, alors on peut compléter le tableau de proportionnalité :

Longueur	16	110
Largeur	9	ℓ

Avec un produit en croix, on a : $\ell = \dfrac{110 \times 9}{16} = 61,875$
Au centimètre près, cela donne donc 62 cm.

Question 5 La médiane est 4,1 **réponse B**
On range les valeurs dans l'ordre croissant : $3,4 \leqslant 3,67 \leqslant 4,1 \leqslant 4,23 \leqslant 4,5$
Comme il y a 5 valeurs et que 5 est un nombre impair, la médiane est la valeur en position $\dfrac{5+1}{2} = 3$, dans la série ordonnée, ici, c'est donc 4,1.

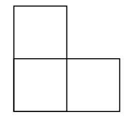
Exercice 2 : 18 points

1. **Affirmation nº 1** : Fausse.
   En effet, sur représentation en perspective cavalière, on voit que l'assemblage est constitué de 4 cubes, trois étant posés sur un plan, et le quatrième posé au dessus des trois

autres. Sur les vues « horizontales » (vue de face, vue de dos, vue de gauche et la vue de droite), ce quatrième cube sera visible au dessus des autres.

Sur le dessin présenté, on ne voit pas le quatrième cube.

Remarque : On peut aussi dessiner sur sa copie la vue que l'on devrait avoir de droite, qui donne le dessin ci-contre :



2. **Affirmation nº 2** : Fausse

   Dans la configuration, on a :

   - S, N et O sont alignés, dans cet ordre ;
   - S, U et D sont alignés, dans le même ordre.

   Puisque l'on a :

   - d'une part : $\dfrac{SN}{SO} = \dfrac{1}{2}$, car N est le milieu de [SO] ;
   - d'autre part : $\dfrac{SU}{SD} = \dfrac{5}{5+6} = \dfrac{5}{11}$;
   - $\dfrac{1}{2} \neq \dfrac{5}{11}$

   d'après la contraposée du théorème de Thalès, on en déduit que les droites (NU) et (OD) ne peuvent pas être parallèles.

3. **Affirmation nº 3** : Vraie.

   En effet, nous avons deux expériences aléatoires dans lesquelles on est en situation d'équiprobabilité : les boules sont indiscernables au toucher dans l'une et le dé est non truqué dans l'autre.

   La probabilité d'un événement est donc toujours égale au nombre d'issues favorables sur le nombre d'issues total.

   Dans la première expérience, 6 issues sont favorables à l'événement (les 6 boules bleues) avec 10 issues possibles (6 + 4 = 10 boules dans l'urne), donc la probabilité qu'il se réalise est de $\dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5} = 0,6$.

   Dans la seconde expérience, 3 issues sont favorables à l'événement (les issues 2 ; 4 et 6) avec 6 issues possibles (les six numéros portés par les faces du dé), donc la probabilité qu'il se réalise est de $\dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2} = 0,5$.

   On a bien : $0,6 \geqslant 0,5$, donc la probabilité d'obtenir une boule bleue est effectivement supérieure à la probabilité que le numéro annoncé soir pair.

Exercice 3 : 20 points

1. Comme les droites (AB) et (CG) sont perpendiculaires, le triangle BCG est un triangle rectangle en C.

   Dans ce triangle rectangle en C, le théorème de Pythagore donne l'égalité suivante : $BG^2 = BC^2 + CG^2$.

   En remplaçant par les valeurs connues, on a : $20^2 = BC^2 + 10^2$

   Soit : $BC^2 = 20^2 - 10^2 = 400 - 100 = 300$.

   Comme BC est une distance, c'est une valeur positive, donc : $BC = \sqrt{300} \approx 17,32$.

   En arrondissant au millimètre, on a bien BC mesurant environ 17,3 cm.

2. Dans le triangle BAG, on va considérer [AB] comme la base, et [CG] est donc la hauteur associée à cette base.
   La longueur AB est le double de la longueur BC, puisque C est le milieu de [AB].
   L'aire du triangle est donc : $\dfrac{AB \times CG}{2} = \dfrac{2\sqrt{300} \times 10}{2} = 10\sqrt{300} = 100\sqrt{3} \approx 173,2$.
   À l'unité près, l'aire du triangle BAG est de $173\,\text{cm}^2$.
3. **a.** Dans le triangle CGB, rectangle en C, on sait que :
   $\cos\left(\widehat{CGB}\right) = \dfrac{CG}{GB} = \dfrac{10}{20} = \dfrac{1}{2} = 0,5$.
   Soit on sait que l'angle dont le cosinus vaut 0,5 est un angle de 60°, soit on utilise sa calculatrice en effectuant $\arccos(0,5)$ (ou $\cos^{-1}(0,5)$, selon le modèle de calculatrice), qui renvoie 60°.
   b. Le triangle AGB est un triangle isocèle en G (puisque l'arc de cercle passant par A et B a pour centre G, cela signifie que GA = GB, c'est le rayon de l'arc de cercle).
   La droite (CG) est donc la hauteur issue du sommet principal G, dans ce triangle ABG, isocèle en G.
   Cela signifie que la hauteur est aussi la bissectrice de l'angle $\widehat{AGB}$.
   Ainsi, l'angle $\widehat{CGB}$ est donc la moitié de l'angle $\widehat{AGB}$.
   On a donc, d'après la question précédente : $\widehat{AGB} = 2 \times 60 = 120°$.
4. Les trois élèves peuvent effectivement former un disque complet avec leurs trois pièces, puisque un disque complet correspond à un arc de 360°, comme ils ont trois portions de disque avec des angles au centre de 120°, en mettant leur trois pièces ensemble ils vont reconstituer un angle au centre de $3 \times 120 = 360°$, donc un disque complet.
5. En mettant les trois pièces, on a donc un disque, de centre G et de rayon $R = 20\,\text{cm}$.
   La surface de ce disque est donnée par : $\pi \times R^2 = 400\pi$.
   Comme ce disque est l'assemblage de trois pièces idendiques (et donc de même surface), chacune des trois pièce à une surface de : $\dfrac{400\pi}{3} \approx 418,9$.
   À l'unité près, l'aire de chaque pièce est de $419\,\text{cm}^2$

Exercice 4 : 26 points

PARTIE A

1. D'après le tableau indicatif des distances, la distance entre Marseille et Strasbourg est de 803 km. Pour l'aller et le retour, on aura donc une distance totale de $803 \times 2 = 1\,606\,\text{km}$.
2. En choisissant la formule B, ils vont donc payer :
   $300 + 1\,606 \times 0,25 = 300 + 401,25 = 701,50$ (€).
   Ce calcul confirme le coût total annoncé.
3. On peut déjà dire que le prix payé avec la formule B est inférieur à celui de la formule C, car : $701,50 < 900$.
   Avec la formule A, le prix payé serait : $1606 \times 0,5 = 803 > 701,25$. Le prix A est aussi plus élevé que le B.
   La formule la plus avantageuse est donc la formule B.

4. Si la voiture doit faire 1606 km (pour la distance aller et retour), alors elle va consommer : $1606 \times \dfrac{5,6}{100} = 89,936$ L de carburant.
Si le prix moyen du carburant est de 1,87 € par litre, le prix du carburant sera de : $1,87 \times 89,936 = 168,18032$, soit, au centime près : 168,18 €.
Le coût total du voyage inclus la location de la voiture, l'achat du carburant nécessaire et les péages, et donc est de : $701,50 + 168,18 + 115,80 = 985,48$ €.
Comme $985,48 \leqslant 1000$, le budget est suffisant pour ce voyage.

PARTIE B : Étude des formules

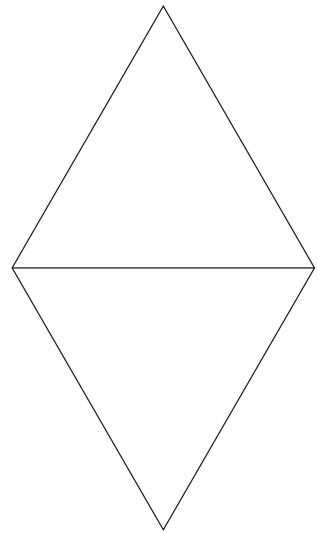
5. Pour la formule A : $0,50 \times x = 0,5x$;
Pour la formule B : $300 + 0,25 \times x = 0,25x + 300$;
Pour la formule C : 900 (ici, le prix est fixe et ne dépend donc pas de x).
6. Pour la formule A, on a une formule qui est l'expression d'une fonction linéaire, représentée par une droite passant par l'origine du repère : cela ne peut-être que la courbe 3 ;
La formule B est l'expression d'une fonction affine non linéaire, dont l'ordonnée à l'origine est 300, elle est donc représentée par une droite qui coupe l'axe des ordonnées à la graduation 300 : c'est la courbe 2 ;
La formule C est l'expression d'une fonction constante égale à 900, représentée par une droite horizontale coupant l'axe des ordonnées à la graduation 900 : c'est donc la courbe 1 (on pouvait aussi procéder par élimination, mais de toutes façons, aucune justification n'était attendue, ici).
7. Résolvons l'équation : $$\begin{aligned} 0,25x + 300 = 0,5x &\iff 300 = 0,25x \\ &\iff \frac{300}{0,25} = x \\ &\iff x = 1\,200 \end{aligned}$$
L'équation a une unique solution, 1 200.
Cela signifie que c'est pour 1 200 km parcourus que le prix payé avec la formule B est le même que celui avec la formule A.
Graphiquement, cela correspond donc à l'abscisse du point d'intersection entre les courbes 2 (qui représente le prix payé avec la formule B) et 3 (prix payé avec la formule A).
8. **a.** Puisqu'il n'y a pas de justification attendue, on peut procéder par lecture graphique : après l'abscisse 2400, et donc notamment pour 2 500 km parcourus, c'est la courbe 1 qui est sous les deux autres, c'est donc la formule C qui est la plus avantageuse.
   b. Pour que la formule A soit la plus intéressante, il faut que la courbe 3 soit la plus basse. Ceci est vrai pour les abscisses entre 0 et 1 200, donc n'importe quelle distance choisie dans l'intervalle $[0 ; 1\,200]$ est une bonne réponse. (même si la réponse 1200 km n'est pas la meilleure, car, les formules A et B sont toutes les deux les plus intéressantes pour cette distance là).
   c. Ici, cela va dépendre de la distance parcourue :
   - de 0 km à 1 200 km, le moins cher est la formule A ;
   - de 1 200 km à 2 400 km, le moins cher est la formule B ;
   - de 2 400 km à 2 600 km parcourus, le moins cher est la formule C.

   Pour exactement 1 200 km parcourus, les formules A et B sont au même prix, pour exactement 2400 km parcourus, les formules B et C sont au même prix.

Exercice 5 : 16 points

Dans tout l'exercice, on n'attendait pas de justification, on en donne quelques unes dans ce corrigé quand même.

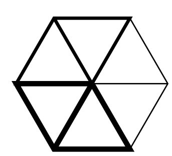
1. Le bloc aller à x: - 100 y: 0 indique que le lutin se positionne aux coordonnées $(-100\ ;\ 0)$.
2. Voici la figure obtenue, en prenant 1 cm pour 20 pas :



   En effet, le script donne :
   - on place le lutin au point $(-100, 0)$;
   - le lutin regarde vers la droite ;
   - la variable « côté » prend la valeur 80 ;
   - on avance de 80 pas (donc 4 cm, ici) ;
   - le lutin tourne dans le sens anti horaire de 120°, donc le prochain segment fera un angle de :
     $180 - 120 = 60$°avec le segment précédent ;
   - on recommence deux autres fois, en traçant des segments de 4 cm, formant un angle de 60°avec le segment précédent : on trace donc un triangle équilatéral de côté 4cm.
   - après cette première boucle, on est donc revenu au point de départ (on a bouclé le triangle équilatéral) et on a tourné 3 fois de 120°, donc on a fait un tour complet ($3 \times 120 = 360$°), on regarde donc dans le même sens qu'au début ;
   - la boucle suivante refait tracer un triangle équilatéral, avec le premier côté en commun, mais cette fois, on tourne dans l'autre sens.
3. Le script n° 1 trace le motif une première fois, se décale de 100 pas vers la droite (et donc est 20 pas à droite de la droite du motif précédent), trace à nouveau le motif, puis recommence une troisième fois : c'est la figure B.

   Le script n° 2 trace le motif une première fois avec un côté de 80, puis, sans se déplacer, le trace une deuxième fois, avec un côté multiplié par 1,2 (soit 96 pas), puis une troisième fois avec un côté à nouveau multiplié par 1,2 (pour arriver à 115,2 pas de côté) : c'est la figure A.

   Le script n° 3 est donc associé à la figure C, par élimination.
   On peut aussi le comprendre : on trace le motif une première fois, puis une deuxième fois, mais après avoir fait une rotation de 120° dont le centre est le point de départ, puis une troisième fois après une autre rotation.
   On obtient la figure ci dessous, où le premier motif est en trait fin, le second en trait plus épais et le troisième encore plus épais :



4. Dans cette question on s'intéresse au script n° 2.
   a. Le bloc « motif » est exécuté trois fois.
   b. À la fin de ce script, la variable côté a été multipliée trois fois par 1,2 donc sa valeur est : $80 \times 1,2^3 = 138,24$.

   Cependant, aucun motif n'est tracé avec ce côté là, s'il y avait 4 répétitions, le quatrième motif serait tracé avec un côté de 138,24 pas, et la variable terminerait à la valeur $80 \times 1,2^4$.